

# BACHELORARBEIT

## Magnonische Bandstrukturrechnungen an dünnen Antidot-strukturierten Filmen

## Magnonic band structure calculations of thin antidot-structured films

angefertigt von

Nils O. Abeling

aus Husum

I. Physikalisches Institut

Bearbeitungszeit: 9. Mai 2011 bis 15. August 2011  
Betreuer: Benjamin Lenk  
Erstgutachter: Prof. Dr. Markus Münzenberg  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Christian Joß



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>5</b>
2.1. Die Landau-Lifschitz-Gleichung . . . . .	5
2.2. Die Geometrie der dünnen Antidotsschicht und die lineare Approximation . . . . .	6
2.3. Der uniforme-Moden-Ansatz . . . . .	6
2.4. Die Maxwell-Randbedingungen und die magnetostatische Approximation . . . . .	8
2.5. Die gemittelten dynamischen Felder . . . . .	9
2.6. Bloch-Theorem . . . . .	11
2.7. Das Eigenwertproblem . . . . .	12
2.8. Die betrachteten Strukturen . . . . .	14
2.8.1. Das quadratische und rechteckige Gitter . . . . .	14
2.8.2. Das hexagonale Gitter . . . . .	15
<b>3. Durchführung der numerischen Rechnungen in Scilab</b>	<b>19</b>
<b>4. Auswertung der Simulationsergebnisse</b>	<b>21</b>
4.1. Allgemeines über Bandstrukturen . . . . .	21
4.2. Grundsätzliche Probleme . . . . .	22
4.3. Untersuchungen über die Approximationen . . . . .	24
4.4. Überblick der gesamten Bandstruktur . . . . .	26
4.5. Konvergenz der Bandstrukturen . . . . .	28
4.6. Das quadratische Gitter . . . . .	29
4.6.1. Einfluss der Antidot-Strukturierung . . . . .	32
4.6.2. Einfluss des Antidotabstands $a$ . . . . .	34
4.7. Das rechteckige Gitter . . . . .	36

*Inhaltsverzeichnis*

4.8. Das hexagonale Gitter . . . . .	40
<b>5. Diskussion</b>	<b>45</b>
<b>A. Ergänzende Abbildungen</b>	<b>49</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>51</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Die Geometrie des dünnen Films, der Magnetisierungen und des externen Magnetfelds . . . . .	7
2.2. Die Gitter der quadratischen Struktur . . . . .	15
2.3. Die Gitter der rechteckigen Struktur . . . . .	16
2.4. Die Gitter der hexagonalen Struktur . . . . .	16
4.1. Die Abhängigkeit des maximalen reduzierten Wellenvektors $kS$ von der Anzahl der Gittervektoren . . . . .	24
4.2. Die Magnetisierungsverläufe der quadratischen Struktur für unterschiedliche Gittervektoranzahlen . . . . .	25
4.3. Gesamte Bandstruktur des quadratisch strukturierten Films mit den Antidotmoden . . . . .	27
4.4. Bandstruktur des quadratisch strukturierten Films mit den Bändern des Films . . . . .	27
4.5. Konvergenzverhalten von verschiedenen Ästen der Bandstruktur für quadratisch angeordnete Antidots . . . . .	29
4.6. Fiktives reduziertes Zonenschema mit mehreren Brillouin-Zonen .	30
4.7. Die Gittervektoren zur Berechnung der Bandstruktur in Abbildung 4.6 . . . . .	31
4.8. Bandstruktur des quadratisch strukturierten Films mit $a = 3,5 \mu\text{m}$	33
4.9. Bandstrukturen des quadratisch strukturierten Films für verschiedene Antidotabstände . . . . .	35
4.10. Bandstruktur des rechteckig strukturierten Films mit $a_1 = 3,5 \mu\text{m}$	37
4.11. Bandstruktur des rechteckig strukturierten Films mit $a_1 = 2,5 \mu\text{m}$	38
4.12. Bandstruktur des hexagonal strukturierten Films mit 13 Gittervektoren . . . . .	41

*Abbildungsverzeichnis*

4.13. Bandstruktur des hexagonal strukturierten Films mit 19 Gittervektoren . . . . .	42
4.14. Die Gittervektoren der Berechnung der Bandstrukturen in Abbildung 4.12 und 4.13 . . . . .	42
A.1. Gittervektoren der reziproken Gitter des rechteckig strukturierten Films . . . . .	49
A.2. Magnetisierungsverläufe der rechteckigen Struktur . . . . .	50
A.3. Magnetisierungsverläufe der hexagonalen Struktur für 13 und 19 Gittervektoren . . . . .	50





# 1. Einleitung

Magnetische Anregungen in Festkörpern nehmen seit einigen Jahren einen immer größer werdenden Anteil in der Festkörperforschung ein. Sie sind in magnetischen Metamaterialien, die in der Zukunft als logische Schalteinheiten fungieren sollen, das Pendant zu elektromagnetischen Wellen in herkömmlichen Devices wie photonischen Kristallen. Man kann verschiedene magnetische Materialien durch unterschiedliche Komposition, Form und mithilfe weiterer Parameter so manipulieren, dass magnetische Inhomogenitäten auftreten, die die magnonischen Anregungen (*Moden*) so verändern, dass Effekte und Eigenschaften erzeugt werden, die bei homogenen Materialien nicht beobachtbar sind. Diese künstlich erzeugten periodischen Strukturen aus magnetischen Materialien werden magnonische Kristalle (*magnetic crystal*, MC) genannt und bilden das magnetische Äquivalent zu photonischen Kristallen. Die magnonische Bandstruktur eines solchen Kristalls unterscheidet sich dabei erheblich von der eines unendlich ausgedehnten, perfekt homogenen Körpers. Eine der vielen Ursachen ist die endliche Ausdehnung eines realen Kristalls (*confinement*), die das Spinwellenspektrum im Gegensatz zu einem hypothetischen, unendlich ausgedehnten, dreidimensionalen Kristall verändert, da durch die Oberflächen und Randbedingungen Anisotropieenergien und damit Demagnetisierungsbeiträge beim magnetischen Feld hinzutreten [1,2]. Des Weiteren hat die dominierende Wechselwirkung, d.h. Austauschwechselwirkung oder Dipolwechselwirkung einen Einfluss auf das Modenspektrum. Durch gezielte Variation der Parameter (z. B. Variation des Abstands der periodischen Strukturen oder die Schichtdicke) können Bedingungen erzeugt werden, die eine der beiden Wechselwirkung vernachlässigbar machen. Zudem spielen Inhomogenitäten der Kristalle eine erhebliche Rolle. Neben den natürlichen Inhomogenitäten wie Defekten durch nicht-perfekte Kristallstrukturen gibt es künstlich erzeugte Inhomogenitäten wie Einbringen von anderen Materialien, die erst eine periodische Struktur ermöglichen. Doch auch in nahezu homogenen Materialien können

## 1. Einleitung

sich spontan magnetische Phasen (Domänen) durch thermodynamische Prozesse ausbilden und die Moden stark beeinflussen. Durch diese Inhomogenitäten kann man Moden lokalisieren, so dass diese einem Zustand eines Elektrons in einem photonischen Kristall ähneln [3]. Eine Lücke in der Bandstruktur (*magnonic bandgap*) stellt hierbei einen Frequenzbereich dar, in dem keine Moden wegen der Periodizität des Kristalls existieren können. Dadurch sind Devices wie Spin-Filter denkbar. Um überhaupt Spinwellenausbreitung zu ermöglichen muss zuletzt die Dämpfung sehr klein sein, da ansonsten durch Relaxationen keine große räumliche wie zeitliche Ausbreitung und damit Wechselwirkung möglich ist.

Eine besondere Klasse magnetischer Anregungen sind die *magnetostatischen Moden*. So werden Spinwellen bezeichnet, deren Wellenlängen typischerweise viel kleiner als Wellenlängen elektromagnetischer Wellen sind, so dass eine statische Approximation verwendet werden kann [4]. In dieser Arbeit werden dünne Filme mit einer Dicke von 50 nm betrachtet, so dass die Austauschwechselwirkung, die sehr kurzreichweitig ist, vernachlässigt werden kann, d. h. betrachtete Spinwellen müssen eine große Wellenlänge im Vergleich zu Schichtdicke des Films haben, damit diese Näherung gerechtfertigt ist. Beides berücksichtigend muss also gelten, dass die Wellenlängen der Moden ausreichend groß sind um die Austauschwechselwirkung zu vernachlässigen, jedoch noch klein genug sind um die magnetostatische Approximation zu erfüllen.

Die erste Theorie zu magnetostatischen Moden für dünne Filme wurde von Damon und Eshbach aufgestellt [5]. Sie betrachtet flache, unendlich ausgedehnte Filme mit einer Spinwellenpropagation in der Filmebene. Dabei werden Spinwellen, die sich durch die Ebene (*Backward-Volume-Mode*, BVM) in beide Richtungen gleichzeitig ausbreiten können und solche, die sich hauptsächlich an der Oberfläche (*Damon-Eshbach-Mode*, DE) ausbreiten und nur in eine Richtung propagieren können, unterschieden. Eine Richtung ist in diesem Fall durch einen spezifischen  $\mathbf{k}$ -Wellenvektor definiert. Die DE-Mode kann jedoch nur propagieren, wenn ein bestimmter kritischer Winkel zwischen Ausbreitung und Magnetisierung und angelegtem Magnetfeld überschritten wird.

Zur Berechnung der magnonischen Bandstruktur der für die in dieser Arbeit betrachteten zweidimensionalen Strukturen wurden bereits Theorien entwickelt [6]. Es wird ein unendlich ausgedehnter Kristall betrachtet, der mit quadratisch angeordneten, unendlich langen Zylindern durchsetzt ist. Diese in drei Dimensionen

unendlich ausgedehnten MCs werden bis heute erforscht und berechnet [7], wengleich nun insbesondere dünne Filme in den Fokus gerückt sind [4].

Neben den bereits angesprochenen Näherungen wie der magnetostatischen Näherung und der Vernachlässigung der Austauschwechselwirkung werden weitere Näherungen bei der theoretischen Betrachtung des Problems notwendig sein um lösbare Ausdrücke zu erhalten. So werden die Amplituden der dynamischen Magnetisierung als konstant angesehen und die dynamischen Felder, die durch die Maxwell-Randbedingungen auftreten, über die gesamte Schichtdicke gemittelt. Die erste Näherung nennt sich *uniforme-Mode-Näherung*, zu der Hurben und Patton für isotrope und anisotrope Filme Rechnungen angestellt haben [4], [8]. Da das betrachtete Filmmaterial CoFeB durch amorphe Struktur magnetisch isotrop ist, müssen in dieser Arbeit keine Anisotropieerme beachtet werden. Die Approximationen und Modelle reduzieren das ursprünglich sehr komplexe Problem auf ein Eigenwertproblem im reziproken Raum, das zunächst unendlich-dimensional ist, also eine infinitesimal große Zahl von Gittervektoren verlangt. Werden infolgedessen endlich viele Dimensionen betrachtet, kann es durch Implementation mit der Software `Scilab` zum Berechnen numerischer Probleme gelöst werden. Die Aussagekraft der numerisch berechneten Bandstrukturen für reale Experimente muss jedoch kritisch untersucht werden, da sich zwei der Approximationen, die verwendet werden, widersprechen. Die uniforme-Mode-Näherung fordert, dass wenige Gittervektoren benutzt werden, während die durch die weitere Rechnung notwendige Betrachtung im reziproken Raum viele Gittervektoren benötigt. Die Ergebnisse der Rechnungen sind Bandstrukturen verschiedener Antidotstrukturen. Die Antidots, kleine zylinderförmige Löcher über die gesamte Dicke des Films, erzeugen die geforderte Periodizität des Kristalls. Durch bestimmte Anordnung der Antidots werden verschiedene Gitter kreiert, deren Periodizitäten sich unterscheiden und damit die Bandstruktur beeinflussen.

In dieser Arbeit werden die Bandstrukturen verschiedener Anordnungen der Antidots berechnet und dabei besonders die Effekte der Näherungen und die Konvergenz der Bänder berücksichtigt. Durch genaue Analyse sollen die Einflüsse der Parameter bestimmt und somit zukünftige Bandstrukturrechnungen verbessert werden. Zudem werden Messungen von Jelena Panke, die im Rahmen ihrer Bachelorarbeit durchgeführt wurden, durch theoretische Überlegungen meiner Ergebnisse motiviert und mögliche Verbesserungsmöglichkeiten vorgestellt.



## 2. Theorie

### 2.1. Die Landau-Lifschitz-Gleichung

In einer klassischen Betrachtungsweise wird der orts- und zeitabhängige Magnetisierungsvektor  $\mathbf{M}$  durch die fundamentale Bewegungsgleichung, welche die Dynamik der Magnetisierung in einem magnetischen Feld  $\mathbf{H}$  beschreibt, die sogenannte *Landau-Lifschitz-Gleichung*, bestimmt:

$$\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\gamma\mu_0(\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)) \quad (2.1)$$

Dabei werden Relaxationen, d.h. Dämpfungen, nicht betrachtet.  $\gamma$  ist das gyromagnetische Verhältnis ( $\gamma > 0$ ) und  $\mu_0$  die Permeabilitätskonstante, da die Gleichung in SI-Einheiten geschrieben ist.  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  ist das effektive Feld, das für die Dynamik der Magnetisierung verantwortlich ist. Es setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{aniso}} + \mathbf{H}_{\text{ex}} + \mathbf{H}_{\text{ms}} \quad (2.2)$$

Der erste Term ist ein angelegtes, statisches Magnetfeld, das als homogen angenommen wird, während der zweite Term das Anisotropiefeld ist, das durch Anisotropien des Materials entsteht, wenn zum Beispiel Vorzugsrichtungen für die Magnetisierung vorhanden sind. Im betrachteten Fall dieser Arbeit ist das Material ein dünner Film aus amorphem, also isotropem, CoFeB, für den gezeigt werden kann, dass kein Anisotropiefeld existiert, da es in amorphen Festkörpern keine Vorzugsrichtung gibt. Die dritte Komponente ist das Feld, das die Austauschwechselwirkung zwischen benachbarten magnetischen Momenten (z. B. Elektronen) widergibt. Aufgrund der Dicke des Films ( $S = 50$  nm) werden im Folgenden nur Dipol-Wechselwirkungsfelder berücksichtigt und die Austauschwechselwirkung vollständig vernachlässigt. Der letzte Term beinhaltet das

## 2. Theorie

magnetostatische Wechselwirkungsfeld, das die Demagnetisierung aufgrund der Maxwell-Randbedingungen und der magnetostatischen Approximation enthält. Es wird wegen dieses Zusammenhangs auch als dynamisches magnetisches Feld bezeichnet. Aufgrund der verwendeten Näherungen und der Wahl, dass  $\mathbf{H}_0$  in  $x$ -Richtung angelegt wird, kann man das effektive magnetische Feld, das im Folgenden nur noch  $\mathbf{H}$  genannt wird, wie folgt schreiben:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{ms}} = H_0 \mathbf{e}_x + h_y \mathbf{e}_y + h_z \mathbf{e}_z = H_0 \mathbf{e}_x + \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) \quad (2.3)$$

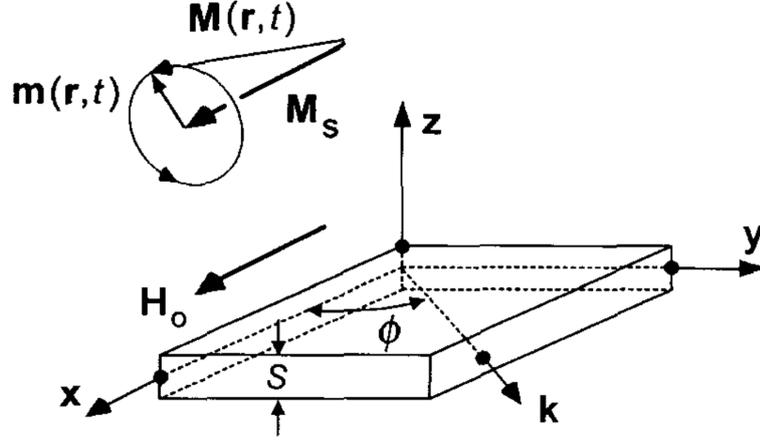
### 2.2. Die Geometrie der dünnen Antidotschicht und die lineare Approximation

In der Abbildung 2.1 wird die verwendete Geometrie des dünnen Films gezeigt. Der in  $x$ - und  $y$ -Richtung unendlich ausgedehnt angenommene dünne Film der Dicke  $S$  wird durch das angelegte Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  *in-plane* in  $x$ -Richtung magnetisiert. In dieser klassischen Betrachtungsweise präzediert dann die Magnetisierung um die  $x$ -Achse wie in der Abbildung in dem Inset abgebildet. Die Maxwell-Gleichungen fordern nun Randbedingungen, die eine dynamische Magnetisierung voraussetzen. In erster Näherung ist die Komponente in  $x$ -Richtung aufgrund des angelegten Feldes die statische Komponente  $M_s$ , so dass die dynamische Magnetisierung  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  orthogonal zu dieser liegt. Diese Näherung entspricht der Annahme, dass  $M_s \gg |\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)|$  gilt. Der Wellenvektor  $\mathbf{k}$  kennzeichnet eine ebene Spinwelle, die in einem Winkel  $\phi$  zur  $x$ -Achse durch den Film propagiert. Daraus ergibt sich die Form für die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ , wobei  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  die dynamische Magnetisierung bezeichnet, die nur in  $y, z$ -Richtung vorhanden ist.

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = m_x \mathbf{e}_x + m_y \mathbf{e}_y + m_z \mathbf{e}_z = M_s \mathbf{e}_x + m_y \mathbf{e}_y + m_z \mathbf{e}_z = M_s \mathbf{e}_x + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \quad (2.4)$$

### 2.3. Der uniforme-Moden-Ansatz

Da die Probe in der  $x, y$ -Ebene magnetisiert ist, wählt man die *Plane-Wave-Method* (PWM) zur Lösung der Landau-Lifschitz-Gleichung, d.h. man wählt einen Ebene-Wellen-Ansatz mit einem Wellenvektor  $\mathbf{k}$ , der eine ebene Welle in



**Abbildung 2.1.:** Die Geometrie des dünnen Films der Dicke  $S$  mit angelegtem Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  in der Ebene zur Analyse der DE-magnetostatischen Moden. Der Vektor  $\mathbf{k}$  gibt den Wellenvektor und damit die Richtung einer Spinwelle an, die einen Winkel von  $\phi$  zur  $x$ -Achse einschließt. Außerdem ist der Magnetisierungsvektor  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ , der sich aus der statischen Sättigungsmagnetisierung  $\mathbf{M}_S$  und den dynamischen Komponenten  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  zusammensetzt. Aus [4].

dieser Ebene mit konstanter Amplitude beschreibt. Dieser Ansatz fordert die Bedingung, dass die dynamische Magnetisierung näherungsweise durch den Querschnitt des Films gleich bleibt. Das kann jedoch nur erreicht werden, wenn die Wellenlänge einer Spinwelle viel größer als die Schichtdicke ist, also die Näherung

$$|\mathbf{k}|S \ll 1 \quad (2.5)$$

gilt.  $|\mathbf{k}|S = kS$  wird auch reduzierter Wellenvektor genannt. Die Zeitabhängigkeit mit  $e^{-i\omega t}$  wird dabei vorausgesetzt. Demnach ist nun:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = m_y \mathbf{e}_y + m_z \mathbf{e}_z = m_{y0} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \mathbf{e}_y + m_{z0} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \mathbf{e}_z \quad (2.6)$$

Dadurch sind jedoch  $m_{y0}$  und  $m_{z0}$  als konstante Amplituden über die gesamte Dicke des dünnen Films festgelegt, weshalb man auch vom *uniforme-Moden-Ansatz* spricht. Diese Näherung des Problems erleichtert die weiteren Rechnungen erheblich, da nun mit einfacheren Potentialen, die nur von  $z$  abhängen, gearbeitet werden kann.

Setzt man nun Gleichung (2.3), (2.4) und (2.6) in (2.1) ein, erhält man die linea-

## 2. Theorie

risierte Landau-Lifschitz-Gleichung für die dynamischen Komponenten

$$i\Omega m_y - m_z + \frac{M_S}{H_0} h_z = 0 \quad (2.7)$$

$$i\Omega m_z + m_y - \frac{M_S}{H_0} h_y = 0 \quad (2.8)$$

Dabei ist  $\Omega$  eine reduzierte Frequenz und durch

$$\Omega = \frac{\omega}{\gamma\mu_0 H_0} \quad (2.9)$$

gegeben. Diese Größe wird später in einem Eigenwertproblem bestimmt und mittels  $\omega$  die Frequenzen der Spinwellen berechnet.

### 2.4. Die Maxwell-Randbedingungen und die magnetostatische Approximation

Um den Zusammenhang zwischen den dynamischen magnetischen Feldern und der dynamischen Magnetisierung in den Gleichungen (2.7) und (2.8) zu bestimmen, werden nun die Maxwell-Randbedingungen benötigt. Die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  und das magnetische Feld  $\mathbf{H}$  müssen die Maxwell-Gleichungen erfüllen, da durch diese die Wechselwirkungen zwischen ihnen beschrieben werden. Da die Beiträge in  $x$ -Richtung konstant sind, beziehen sich die Maxwellrandbedingungen nur auf die dynamischen Komponenten von  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{H}$ , also müssen die Gleichungen

$$\nabla \times \mathbf{h} = 0 \quad (2.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = \nabla \cdot \mu_0(\mathbf{h} + \mathbf{m}) = 0 \quad (2.11)$$

zu jeder Zeit erfüllt sein. Die Gleichung (2.10) drückt die sogenannte *magnetostatische Approximation* aus. Das bedeutet, dass wenn bei einer gegebenen Frequenz  $\omega$  einer Spinwelle der Betrag des zugehörigen Wellenvektors  $k$  viel größer als der eines Wellenvektors einer Lichtwelle  $k_0$  derselben Frequenz ist, die Maxwell-Gleichungen zeigen, dass man die Zeitableitung des elektrischen Feldes vernachlässigen kann und sich somit Gleichung (2.10) ergibt [4]. Es dürfen für diese Näherung also nur Spinwellen verwendet werden, für die  $\omega \ll ck$  gilt, wobei

## 2.5. Die gemittelten dynamischen Felder

$c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Gleichung (2.10) impliziert nun, dass ein Potential  $\psi(\mathbf{r})$  definiert werden kann, aus dem sich  $\mathbf{h}$  durch  $\mathbf{h} = \nabla\psi$  ergibt. Man nimmt also ein skalares Potential innerhalb und außerhalb des Films an wie folgt:

$$\mathbf{h}^i(\mathbf{r}, t) = \nabla\psi^i(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad \left( |z| < \frac{S}{2} \right) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{h}^e(\mathbf{r}, t) = \nabla\psi^e(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad \left( |z| > \frac{S}{2} \right) \quad (2.13)$$

Die Zeitabhängigkeit folgt dabei der dynamischen Magnetisierung in (2.6). Eingesetzt in die zweite Maxwell-Gleichung (2.11) führt das auf

$$\nabla^2\psi^i(\mathbf{r}) = -ik_y m_{y0} e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (2.14)$$

$$\nabla^2\psi^e(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.15)$$

Diese Gleichungen werden mit einem Separationsansatz  $\psi^{i,e}(\mathbf{r}) = f^{i,e}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}$  gelöst, der eine ebene Welle mit dem Wellenvektor  $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y = k \cos \phi \mathbf{e}_x + k \sin \phi \mathbf{e}_y$  darstellt. Mit Kontinuitätsbedingungen an den Rändern des Films und der Annahme, dass die magnetischen Felder außerhalb des Films abklingen, wird dieses Gleichungssystem gelöst und es ergibt sich:

$$f^i(z) = \frac{im_{y0}k_y}{k^2} - \frac{e^{-\frac{kS}{2}}}{k} \left( \frac{im_{y0}k_y \cosh(kz)}{k} + m_{z0} \sinh(kz) \right) \quad (2.16)$$

## 2.5. Die gemittelten dynamischen Felder

Mit Gleichung (2.12) und  $h_{y,z} = h_{y0,z0} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$  erhält man die  $z$ -Abhängigkeit der Amplituden des dynamischen Feldes

$$h_{y0}(z) = ik_y f^i(z) \quad (2.17)$$

$$h_{z0}(z) = \frac{df^i(z)}{dz} \quad (2.18)$$

Durch die uniforme-Moden-Approximation muss jede  $z$ -Abhängigkeit der Amplituden klein sein und deshalb kann abermals genähert werden, wenn  $|\mathbf{k}|S \ll 1$  gilt. Die genäherten Amplituden ergeben dann nach einer Mittelung über die gesamte Dicke des Materials räumlich genäherte dynamische Felder, die alle geforderten

## 2. Theorie

Bedingungen erfüllen. Die Amplituden der dynamischen magnetischen Felder, die nun mit der dynamischen Magnetisierung durch das Material propagieren, sind gegeben durch

$$\langle h_{y0} \rangle = -\frac{m_{y0}kS}{2} \sin^2 \phi \quad (2.19)$$

$$\langle h_{z0} \rangle = -m_{z0} + \frac{m_{z0}kS}{2} \quad (2.20)$$

Diese gemittelten Felder haben eine direkte physikalische Bedeutung. Beim Grenzfalle  $kS \rightarrow 0$ , d.h. einem Wellenvektor, der gegen Null konvergiert, strebt das dynamische Feld in  $y$ -Richtung auch gegen Null. Da das Feld eines infinitesimal großen Films in  $y$ -Richtung betrachtet wird und das statische, angelegte  $\mathbf{H}_0$ -Feld parallel zur  $x$ -Achse gerichtet ist, können keine Demagnetisierungsterme auftreten. Bei einem nichtverschwindenden Wellenvektor  $\mathbf{k}$  hingegen kann ein dynamisches Feld in  $y$ -Richtung auftreten, das wegen des Minuszeichens genau entgegenphasig der Magnetisierung schwingt und mit  $\frac{k}{2} \sin^2 \phi$  skaliert, solange die Propagationsrichtung nicht entlang der  $x$ -Achse zeigt ( $\phi = 0$ ). Bei  $\langle h_y \rangle$  hingegen treten zwei Terme auf. Der erste ist der Demagnetisierungsterm aufgrund der dünnen Filmdicke und der zweite ist analog zum Feld in  $y$ -Richtung ein Term, der proportional zu  $\frac{k}{2}$  ist, nur das jetzt, da die Wellenpropagation in der  $x, y$ -Ebene stattfindet, keine Winkelabhängigkeit mehr auftritt.

Aus den oben gefundenen Beziehungen und den Gleichungen (2.1), (2.3), (2.4) und (2.6) erhält man nun die Dispersionsrelation für die uniforme Moden-Approximation:

$$\omega(k) = \gamma \sqrt{H_{ey}H_{ez}} \quad (2.21)$$

wobei  $H_{ey}$  und  $H_{ez}$  effektive Felder sind, die aufgrund ihrer Form mit einer Richtung indiziert sind:

$$H_{ey} = H_0 + \frac{M_S}{2} kS \sin^2 \phi \quad (2.22)$$

$$H_{ez} = H_0 + M_S - \frac{M_S}{2} kS \quad (2.23)$$

## 2.6. Bloch-Theorem

Mit den Gleichungen (2.19) und (2.20) ist nun der Zusammenhang zwischen den dynamischen Feldern und der Magnetisierung bekannt. Da man eine periodische Struktur vorliegen und einen ebene-Wellen-Ansatz verwendet hat, kann man den ortsabhängigen Teil der dynamischen Felder als ein Produkt einer periodischen Funktion und einer Blochfunktion schreiben und mithilfe der Fourierreihenentwicklung in eine Summe über alle reziproken Gittervektoren des hexagonalen reziproken Gitters umformen:

$$h_y(\mathbf{r}) = h_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{\mathbf{G}} h_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G})e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (2.24)$$

$$h_z(\mathbf{r}) = h_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{\mathbf{G}} h_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G})e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (2.25)$$

Die periodische Funktion hat hierbei die Periodizität der Gitterstruktur, mit einem Bravaisgittervektor  $\mathbf{a}$  gilt also  $\mathbf{h}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = \mathbf{h}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ . Für die dynamische Magnetisierung wird analog dazu ein reziproker Ausdruck definiert. Um einen Ausdruck für  $h_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G})$  und  $h_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G})$  zu finden werden die Maxwell-Randbedingungen verwendet, die die Gleichungen (2.19) und (2.20) ergeben, so dass nun für die dynamischen Felder im reziproken Raum gilt:

$$h_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) = -\frac{m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G})|\mathbf{k} + \mathbf{G}|S}{2} \sin^2 \phi_{\mathbf{G}} \quad (2.26)$$

$$h_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) = -m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) + \frac{m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G})|\mathbf{k} + \mathbf{G}|S}{2} \quad (2.27)$$

Dabei ist  $\phi_{\mathbf{G}}$  der Winkel den das Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  mit dem Vektor  $\mathbf{k} + \mathbf{G}$  einschließt. Nachdem auch die Sättigungsmagnetisierung  $M_S$  durch

$$M_S(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} M_S(\mathbf{G})e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.28)$$

ausgedrückt ist, kann alles in die Gleichungen (2.7) und (2.8), die auch im reziproken Raum betrachtet werden, eingesetzt werden. Für jeden reziproken Gittervektor  $\mathbf{G}$  muss dann nach einer Indexvertauschung bei den reziproken Gittervektoren

## 2. Theorie

gelten (vgl. [9]):

$$i\Omega m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) - m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) + \frac{1}{H_0} \sum_{\mathbf{G}'} m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}') \left( -1 + \frac{|\mathbf{k} - \mathbf{G}'|S}{2} \right) M_S(\mathbf{G} - \mathbf{G}') = 0 \quad (2.29)$$

$$i\Omega m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) + m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}) + \frac{1}{H_0} \sum_{\mathbf{G}'} m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}') \frac{|\mathbf{k} + \mathbf{G}'|S}{2} \sin \phi_{\mathbf{G}'} M_S(\mathbf{G} - \mathbf{G}') = 0 \quad (2.30)$$

Wegen der unendlichen Summe durch die Darstellung im reziproken Raum erhält man ein unendlich-dimensionales Gleichungssystem.

## 2.7. Das Eigenwertproblem

Mit  $\mathbf{m}_{\mathbf{k}} = (m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}_1), m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}_2), \dots, m_{y,\mathbf{k}}(\mathbf{G}_N), m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}_1), \dots, m_{z,\mathbf{k}}(\mathbf{G}_N))^T$  als Lösungsvektor, ergibt sich aus den Gleichungen (2.29) und (2.30) bei einer endlichen Anzahl von reziproken Gittervektoren  $\mathbf{G}$  ein Eigenwertproblem

$$\mathbf{A}\mathbf{m}_{\mathbf{k}} = i\Omega\mathbf{m}_{\mathbf{k}} \quad (2.31)$$

mit der  $2N \times 2N$ -Matrix  $\mathbf{A}$ , die aus vier Blockmatrizen mit jeweils der Dimension  $N \times N$  besteht. Die diagonalen Blockmatrizen sind Nullblöcke, so dass

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{A}_{yz} \\ \mathbf{A}_{zy} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

ist. Für die  $i, j$ -Komponente der Blockmatrizen  $\mathbf{A}_{zy}$  und  $\mathbf{A}_{yz}$  gilt:

$$\mathbf{A}_{yz}^{ij} = \delta_{ij} - \frac{1}{H_0} \left( -1 + \frac{|\mathbf{k} + \mathbf{G}_j|S}{2} \right) M_S(\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_j) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{A}_{zy}^{ij} = -\delta_{ij} - \frac{1}{H_0} \frac{|\mathbf{k} + \mathbf{G}_j|S}{2} \sin \phi_{\mathbf{G}_j} M_S(\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_j) \quad (2.34)$$

Die Sättigungsmagnetisierung im reziproken Raum wird wie in [6] aus der Fouriertransformation über die Fläche  $A$  einer Einheitszelle des Bravaisgitters berechnet. Eine Einheitszelle ist dabei das Parallelepiped, das durch die Basisvektoren des Bravaisgitters aufgespannt wird und das gesamte Gitter durch gleichmäßige Ver-

schiebung erzeugt. Man berechnet also:

$$M_S(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_A d^2\mathbf{r} M_S(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.35)$$

Ist  $\mathbf{G} = 0$ , also fällt die Exponentialfunktion weg, ergibt sich aus dem Integral der Mittelwert der Sättigungsmagnetisierungen der Antidots und des Matrixmaterials,  $M_{S,\text{Antidot}}$  und  $M_{S,\text{Matrix}}$ , der Einheitszelle, so dass folgt:

$$M_S(\mathbf{G} = 0) = \overline{M}_S = M_{S,\text{Antidot}} f + M_{S,\text{Matrix}}(1 - f) \quad (2.36)$$

$f$  bezeichnet den *Füllfaktor*, der angibt wieviel Fläche einer Einheitszelle relativ zur gesamten Fläche der Einheitszelle von Antidots eingenommen wird. Ist  $\mathbf{G} \neq 0$  muss der sogenannte *Formfaktor*  $F(\mathbf{G})$  berechnet werden:

$$M_S(\mathbf{G} \neq 0) = (M_{S,\text{Antidot}} - M_{S,\text{Matrix}}) F(\mathbf{G}) = \Delta M_S \frac{1}{A} \int_{\text{Antidot}} d^2\mathbf{r} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.37)$$

Dieser kann für die betrachteten Gitter (quadratisches, rechteckiges und hexagonales Gitter) identisch zu

$$F(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_{\text{Antidot}} d^2\mathbf{r} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} = 2f \frac{J_1(GR)}{GR} \quad (2.38)$$

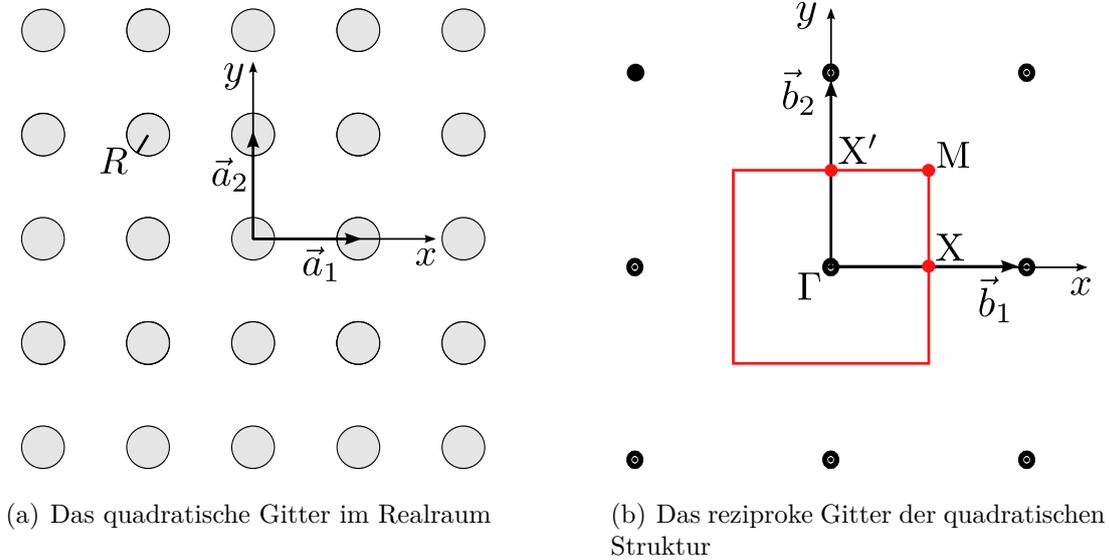
berechnet werden, wobei nur über die Antidotflächen der Einheitszelle integriert wird [6].  $J_1$  ist dabei die Besselfunktion 1. Ordnung. Der Formfaktor hängt nur von der geometrischen Struktur der Antidots oder anderen streuenden Strukturen ab und ist für die in dieser Arbeit betrachteten Gitter identisch wie oben angegeben [7]. Für photonische Bandstrukturberechnungen, die auch Zylinder als Streupotential verwenden, ergibt sich dieselbe Lösung [10]. Es fällt dabei auf, dass es aufgrund der Rotationssymmetrie des Problems keine vektorielle, sondern nur eine betragsmäßige Abhängigkeit von  $\mathbf{G}$ , also  $G$ , gibt. Damit kann man auch  $M_S(\mathbf{G})$  zu  $M_S(G)$  umschreiben.

## 2.8. Die betrachteten Strukturen

In dieser Arbeit werden mehrere zweidimensionale Strukturen betrachtet. Es handelt sich bei jeder Struktur um einen unendlich großen (in der  $x, y$ -Ebene), Film der Dicke  $S$ , der mit zylinderförmigen Antidots, die den gesamten Film durchdringen, strukturiert ist. Um die Antidots zu modellieren, werden diese Zylinder mit einem künstlichen, ferromagnetischem Material mit einer viel höheren Sättigungsmagnetisierung als der umgebende Film gefüllt. Die Wahl des Wertes der Sättigungsmagnetisierung wird so getroffen, dass in den Bandstrukturen einzelne, wenige Äste auftreten, die sich möglichst weit über dem Spinwellenspektrum des Films befinden. Diese Anregungen können als Spinwellen betrachtet werden, die nur im Antidot propagieren und aufgrund der dort herrschenden höheren Sättigungsmagnetisierung eine erheblich größere Frequenz haben. Durch diese Wahl soll der luftgefüllte Zylinder möglichst gut approximiert werden, da erstens für Luft für die betrachteten Feldstärken die Sättigungsmagnetisierung nicht erreicht werden kann und zweitens die Bandstruktur des Films vom Spektrum des Antidots gut unterscheidbar ist. Die Anordnung der Antidots kann als Bravaisgitter modelliert werden, so dass das Eigenwertproblem (2.31) einfacher zu berechnen ist. Dazu wird das Bloch-Theorem angewandt und damit das System im reziproken Gitter betrachtet. Für die Gleichungen (2.31)-(2.34), die numerisch gelöst werden, benötigt man die Gittervektoren des reziproken Gitters. In dieser Arbeit werden zweidimensionale quadratische, rechteckige und hexagonale Anordnungen der Antidots verwendet. Die dritte Dimension der Vektoren, sowie der dritte Basisvektor des reziproken Gitters sind irrelevant, da nur 2D-Strukturen, sogenannte *Netze*, betrachtet werden. In diesem Abschnitt werden die Bezeichnungen eingeführt und die reziproken Gitter der Antidot-Anordnungen vorgestellt. Für jede Strukturierung werden weiterhin Punkte in der 1. Brillouin-Zone angegeben, die in den Bandstrukturechnungen benutzt werden. Sie definieren bestimmte Wellenvektoren, d. h. Propagationsrichtungen der Spinwellen, die vorgegeben werden.

### 2.8.1. Das quadratische und rechteckige Gitter

Die Basisvektoren des reziproken Gitters für die quadratische Struktur mit der primitiven Basis  $\mathbf{a}_1 = a(1, 0)^T$  und  $\mathbf{a}_2 = a(0, 1)^T$  des dünnen Films berechnen



**Abbildung 2.2.:** Die Gitter der quadratischen Struktur

sich zu

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

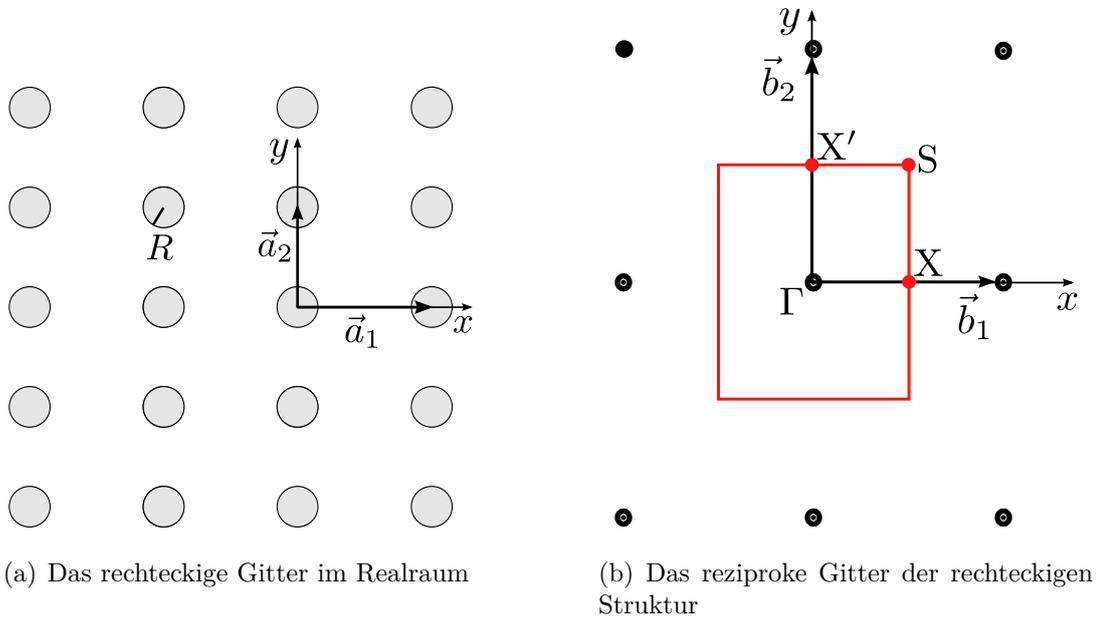
Dabei wird der Abstand zweier Antidots durch  $a$  beschrieben. In Abbildung 2.2 ist das Gitter im Realraum und das dazugehörige, reziproke Gitter im K-Raum abgebildet. Der Füllfaktor  $f$ , der in Gleichung (2.38) benötigt wird und angibt wieviel Fläche einer Einheitszelle von den Antidots eingenommen wird, ergibt sich für das quadratische Gitter zu  $f = \pi R^2/a^2$ .

Das rechteckige Gitter in Abbildung 2.3 ist dem quadratischen sehr ähnlich, nur dass hier  $|\mathbf{a}_1| \neq |\mathbf{a}_2|$  gilt. Im reziproken Gitter wird dann der längere Basisvektor der kürzere sein und umgekehrt, so dass das reziproke Gitter wieder ein rechteckiges Gitter ist. Der Füllfaktor  $f$  ist analog zum quadratischen Gitter  $f = \pi R^2/(ab)$  mit  $b$  als Gitterkonstante in  $y$ -Richtung.

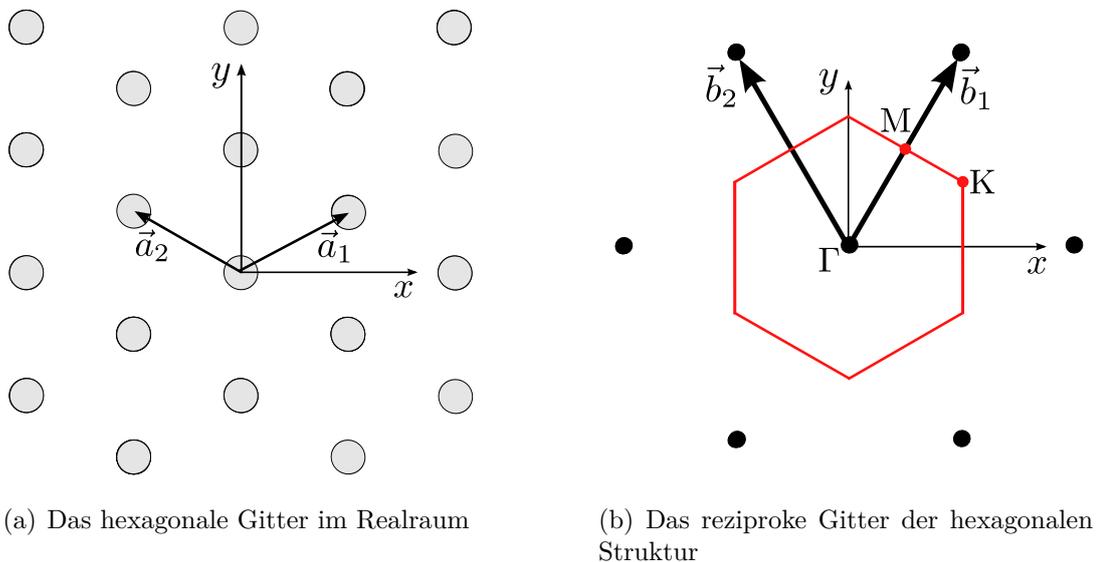
### 2.8.2. Das hexagonale Gitter

Wählt man bei der hexagonalen Anordnung der Antidots als primitive Basisvektoren  $\mathbf{a}_1 = a(\sqrt{3}/2, 1/2)^T$  und  $\mathbf{a}_2 = a(-\sqrt{3}/2, 1/2)^T$  wie in Abbildung 2.4(a)

2. Theorie



**Abbildung 2.3.:** Die Gitter der rechteckigen Struktur



**Abbildung 2.4.:** Die Gitter der hexagonalen Struktur

## 2.8. Die betrachteten Strukturen

abgebildet, sind die Basisvektoren des reziproken Gitters durch

$$\mathbf{b}_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

gegeben, wobei  $a$  die Kantenlänge eines vollständigen Sechsecks ist. Das reziproke Gitter der hexagonalen Struktur ist wieder ein hexagonales Gitter nur um  $30^\circ$  gedreht (s. Abbildung 2.4(b)). Der Füllfaktor ergibt sich zu  $f = 2\pi R^2 / (a^2 \sqrt{3})$ .



### 3. Durchführung der numerischen Rechnungen in Scilab

Das Eigenwertproblem (2.31) wird in `Scilab` implementiert und gelöst. Es wird der Programmcode als Ausgangsbasis verwendet, der von Henning Ulrichs im Rahmen seiner Diplomarbeit [11] zur Berechnung einfacher quadratischer Antidot-Strukturen geschrieben wurde, doch wurden große Teile umgeschrieben und optimiert oder neue Funktionen konzipiert.

Zunächst werden die Gittervektoren des betrachteten reziproken Gitters berechnet, mit denen dann für jeden Wellenvektor  $\mathbf{k}$  der Spinwelle die Blockmatrizen  $\mathbf{A}_{yz}$  und  $\mathbf{A}_{zy}$  mittels (2.33) und (2.34) ermittelt werden. Dabei wird eine ausgelagerte Funktion verwendet, die die Sättigungsmagnetisierungen  $M_S(\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_j)$  im jeweiligen Schritt über Gleichung (2.35) berechnet. Im Anschluss wird das Eigenwertproblem aus Gleichung (2.31) von `Scilab` über eine interne Funktion gelöst und aus den Eigenwerten die Frequenzen der Spinwellen berechnet.

Die Gittervektoren werden dabei durch eine Programm-interne Variable  $N$  ausgewählt, die je nach Gitter unterschiedlich arbeitet. Beim quadratischen Gitter gibt  $N$  die Zahl der verwendeten Gittervektoren auf der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse in eine Richtung an. Dann ergibt  $N \cdot b$  mit  $b = 2\pi/a$  den Radius, innerhalb welchem alle Gittervektoren verwendet werden. Zum Beispiel werden 5 Gittervektoren bei  $N = 1$  für die numerische Rechnung berücksichtigt (vgl. Abbildung 2.2(b)). Beim rechteckigen Gitter wird der Radius mit dem Betrag des Basisvektors von einem der beiden Basisvektoren bestimmt, also entweder  $b_1$  oder  $b_2$ . Es wird dabei sichergestellt, dass möglichst wenige Vektoren, die möglichst nah am  $\Gamma$ -Punkt liegen, benutzt werden. Die Initialisierung der Gittervektoren beginnt bei der kleinsten  $x$ -Komponente im negativen Bereich und variiert die  $y$ -Komponente aus dem negativen in den positiven Bereich, bevor die nächstgrößere  $x$ -Komponente gewählt wird. Es ergibt sich eine Nummerierung der Gittervektoren, die zur Überprüfung

### 3. Durchführung der numerischen Rechnungen in *Scilab*

durch grafische Darstellung angezeigt wird. Beim hexagonalen Gitter bezieht sich  $N$  auch auf  $b_1$  oder  $b_2$ , nur kommen jetzt je nach gewähltem  $N$  weitere Gittervektoren an der Außenkante des Auswahlkreises hinzu, die mit dem bisher gewählten Algorithmus nicht initialisiert worden wären. Um die dort enthaltenen Punkte zu berücksichtigen wird  $N$  mit dem Faktor  $2/\sqrt{3} - 1$  multipliziert, das Ergebnis abgerundet und auf das ursprüngliche  $N$  aufaddiert wie leicht geometrisch gezeigt werden kann. Somit ist der Radius des Auswahlkreises weiterhin durch  $N \cdot b_1$  bestimmt und durch die Erweiterung sichergestellt, dass alle Punkte in der weiteren Rechnung zur Verfügung stehen.

Eine weitere Funktion bestimmt mit Gleichung (2.28) den Verlauf der Sättigungsmagnetisierung  $M_S(\mathbf{r})$  auf der  $x$ -Achse. Dabei soll die hohe Sättigungsmagnetisierung im Bereich des Antidots möglichst gut approximiert werden, was durch viele berücksichtigte reziproke Gittervektoren erreicht werden kann. Doch nur unendlich viele Gittervektoren würden eine exakte Modellierung des Antidots ergeben (s. Teil 4). Dieser Algorithmus wird für viele Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  wiederholt, wobei ihre besondere Auswahl ein Weg durch die 1. Brillouin-Zone darstellt.

# 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

## 4.1. Allgemeines über Bandstrukturen

In der folgenden Auswertung sollen die Bandstrukturen, die mit dem Skriptcode in `Scilab` berechnet wurden (s. Kapitel 3), analysiert, interpretiert und mit experimentellen Daten, die Jelena Panke im Rahmen ihrer Bachelorarbeit gemessen hat, verglichen werden.

Die Bandstrukturen zeigen mögliche Frequenzen von Spinwellen in Abhängigkeit von ihren Wellenvektoren. Es werden also Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  der Spinwelle in der Rechnung vorgegeben, so dass ein bestimmter Weg in der 1. Brillouin-Zone entsteht. Mit diesen werden die dazugehörigen Magnonenfrequenzen berechnet, die durch die Landau-Lifschitz-Gleichung und die Randbedingungen möglich sind. Im Algorithmus bedeutet das, dass die Rechnungen das Eigenwertproblem (2.31) numerisch lösen und aus den Eigenwerten  $\Omega$  mit Gleichung (2.9) die Spinwellenfrequenzen berechnen. Diese werden dann über dem Weg durch die 1. Brillouin-Zone aufgetragen, so dass sich Bänder ergeben.

Die Antidots werden modelliert, indem bestimmte Bereiche des Films, die Zylinderform haben, mit einem künstlichen Ferromagneten mit einer hohen Sättigungsmagnetisierung gefüllt werden. So sollen luftgefüllte Antidots simuliert werden. Die Sättigungsmagnetisierung für den CoFeB-Film mit einem gyromagnetischem Verhältnis von  $\gamma = 2,04 \mu_B/\hbar$ , auch Matrix genannt, ist mit  $\mu_0 M_{S, \text{Matrix}} = 1,6 \text{ T}$  gegeben. Die des Antidots wird für alle numerischen Rechnungen auf  $\mu_0 M_{S, \text{Antidot}} = 10 \text{ T}$  festgelegt, da durch diesen Wert Moden entstehen, die nur im Antidot existieren, und wegen der großen Sättigungsmagnetisierung des Antidots hohe Frequenzen aufweisen. Diese Moden können im gesamten Spinwellenspektrum leicht identifiziert und vernachlässigt werden, da in dieser Arbeit nur die

#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

Moden des Films von Interesse sind. Für alle numerischen Rechnungen wird ein externes Magnetfeld der Stärke  $\mu_0 H_0 = 130$  mT verwendet, da in diesem Bereich die in den Experimenten verwendeten Feldstärken liegen. Zunächst soll auf generelle Schwierigkeiten bei der Bandstrukturrechnung und Konvergenzfragen erläutert werden. Für den allgemeinen Überblick über die Bandstrukturen und Konvergenzanalysen wird der Weg über den X-Punkt der 1. Brillouin-Zone gewählt, während später der Weg über den X'-Punkt gewählt wird. Wie durch Rechnungen nachgeprüft wurde unterscheidet sich das Konvergenzverhalten und die allgemeine Bandstruktur nicht maßgeblich davon, ob Spinwellen parallel oder orthogonal zum externen Magnetfeld betrachtet werden. Für alle weiteren Rechnungen ist hingegen der Punkt X' von Bedeutung, da orthogonal zum anliegenden Magnetfeld Moden entstehen können, deren Amplitude exponentiell von der Oberfläche abfällt und dementsprechend *Oberflächenmoden* genannt werden. In Experimenten auftretende Moden werden aufgrund der geringen Eindringtiefe des Laserlichts, das zur Anregung verwendet wird, als Oberflächenmoden interpretiert und sollen später durch Bandstrukturrechnungen motiviert werden.

## 4.2. Grundsätzliche Probleme

Durch den gewählten uniforme-Moden-Ansatz ergeben sich Bedingungen für die Wellenvektoren  $\mathbf{k}$ . Es muss Gleichung (2.5) erfüllt sein, d.h., das Produkt aus dem Betrag des Spinwellenvektors  $|\mathbf{k}|$  und der Schichtdicke muss sehr klein sein. Obwohl die Schichtdicke mit  $S = 50$  nm bereits sehr klein ist, wird diese Näherung in den Rechnungen häufig nur unzureichend erfüllt. Dies hängt damit zusammen, dass durch die Rechnung im reziproken Raum und das Bloch-Theorem in den Gleichungen (2.26) und (2.27) ein Gittervektor zum Wellenvektor hinzukommt und damit letztlich  $|\mathbf{k} + \mathbf{G}_i| \ll 1$  gelten muss. Unter Verwendung von möglichst wenigen und kleinen Gittervektoren kann die Näherungsbedingung besser erfüllt werden. Deshalb werden in späteren Abschnitten einzelne Bänder untersucht.

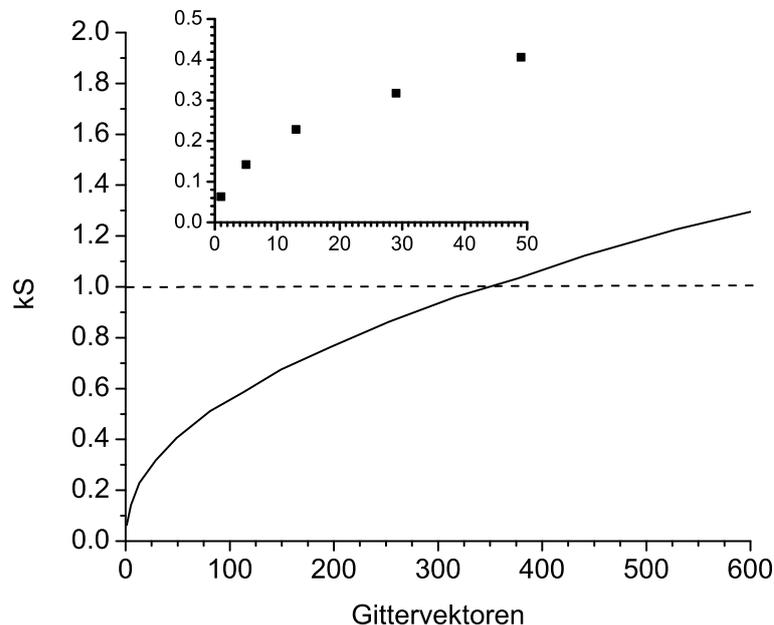
Mit der Anzahl der berücksichtigten Gittervektoren steigt jedoch die Genauigkeit der Summen über die Gittervektoren  $\mathbf{G}'$  in den Gleichungen (2.29) und (2.30), so dass hier eine große Anzahl von Gittervektoren benötigt wird. Die Anzahl der Gittervektoren bestimmt dadurch wie gut der Antidot approximiert wird. Da der Antidot im Modell eine erhebliche höhere Sättigungsmagnetisierung als die umge-

bende Matrix hat, beschreibt die Sättigungsmagnetisierung eine Stufenfunktion an den Antidotgrenzen. Nachdem man die einzelnen  $M_S(\mathbf{G}_i)$  berechnet hat, ist es mit Gleichung (2.28) möglich den Verlauf der Sättigungsmagnetisierung  $M_S(\mathbf{r})$  um den Antidot des Nullpunktes im Realraum darzustellen. Je weniger Gittervektoren genommen werden, desto schlechter wird diese Stufenfunktion genähert, so dass man keinen wirklichen Antidot simuliert, sondern einen Bereich, in dem die Sättigungsmagnetisierung wie im Verlauf gezeigt, stetig zu- und wieder abnimmt. Im Grenzfall von nur einem Gittervektor ( $\mathbf{G}=0$ ) nimmt der Verlauf für den gesamten Film nur den konstanten Mittelwert der Sättigungsmagnetisierungen (Gleichung (2.36)) an.

In diesem Problem zwischen einerseits der uniforme-Moden-Näherung und andererseits der Genauigkeit der Summen und der Antidot-Modellierung können nicht beide Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden. Es zeigt sich, dass um den Antidot ausreichend zu modellieren bereits so viele Gittervektoren berücksichtigt werden müssen, dass die zweite Bedingung  $|\mathbf{k} + \mathbf{G}_i| \ll 1$  nicht erfüllt werden kann. Die größten  $|\mathbf{k} + \mathbf{G}_i|$ -Werte (im Folgenden nur noch  $kS$  genannt) reflektieren also in gewisser Weise die Genauigkeit der gesamten Bandstruktur, also aller Äste gleichermaßen. Je größer der  $kS$ -Wert, desto ungenauer wird die uniforme-Moden-Näherung. Da jeder Gittervektor im reziproken Raum jedoch nicht den maximalen Abstand vom  $\Gamma$ -Punkt hat, muss man das Problem genauer betrachten. Für jeden Gittervektor müsste der Einfluss auf die Bandstruktur genau untersucht werden. Wie später ausführlicher gezeigt wird, gilt, dass beim unstrukturierten Film jeder berücksichtigte Gittervektor einen Ast in der Bandstruktur erzeugt, von denen einige zu speziellen Moden zusammengefasst werden können. Beim strukturierten Film tragen jedoch viele Gittervektoren zu einem Ast bei, so dass sich das Bild stark verkompliziert. Es ist aber zumindest für den strukturierten Fall möglich, aufgrund der Nähe eines Gittervektors zum  $\Gamma$ -Punkt, die einen kleinen  $kS$ -Wert zur Folge hat, Aussagen über die Konvergenz des durch den Gittervektor erzeugten Astes zu treffen.

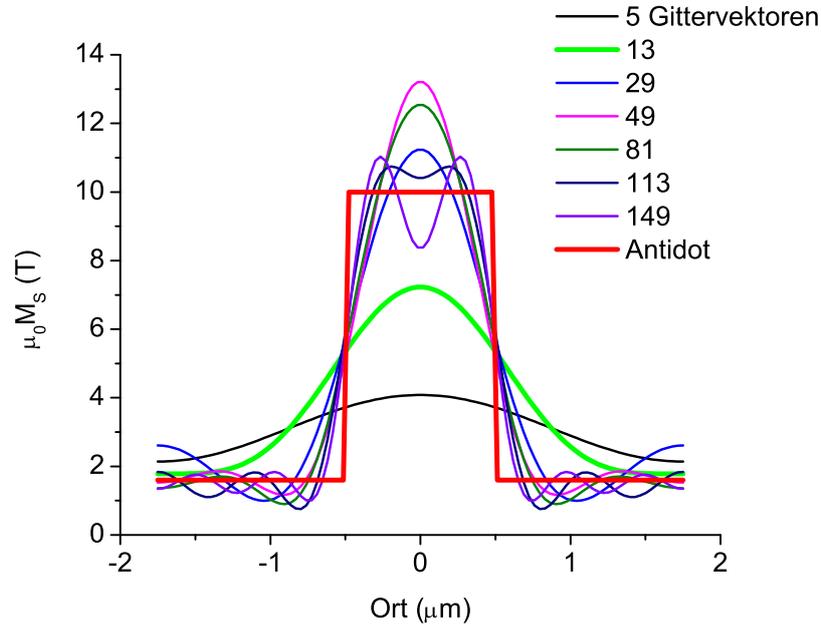
### 4.3. Untersuchungen über die Approximationen

Der in Teil 4.2 bereits beschriebene Kompromiss zwischen einer genauen Modellierung des Antidots über die Anzahl der Gittervektoren einerseits und der uniforme-Moden-Approximation über den größten reduzierten Wellenvektor  $kS$  andererseits soll nun genauer untersucht werden. Dazu wird für das quadratische Gitter mit einem Antidotabstand von  $3,5 \mu\text{m}$  und einem Antidotradius von  $0,5 \mu\text{m}$  ein Weg durch die in der Abbildung 2.2(b) dargestellten Punkte der 1. Brillouin-Zone  $\Gamma$ -X-M- $\Gamma$  des zugehörigen reziproken Gitters simuliert. Für verschiedene Anzahlen von berücksichtigten Gittervektoren um den  $\Gamma$ -Punkt wird dabei der größte reduzierte Wellenvektor ermittelt. Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf des reduzierten Wellenvektors mit zunehmender Gittervektoranzahl. Es ist erkennbar, dass der Bereich, in dem  $kS \ll 1$  gilt, bereits für wenige Gittervektoren verlassen wird und dementsprechend nur sehr wenige verwendet werden sollten. Bei der Berechnung wurde der Radius  $N$  (in Abb. 4.1 oben aufgetragen) im reziproken Gitter wegen der diskreten Gitterpunkte in Stufen erhöht, so dass



**Abbildung 4.1.:** Die Abhängigkeit des maximalen reduzierten Wellenvektors  $kS$  von der Anzahl der Gittervektoren für die quadratische Struktur mit  $a = 3,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,5 \mu\text{m}$ . Es wurde der Weg  $\Gamma$ -X-M- $\Gamma$  durch die 1. Brillouin-Zone gewählt (siehe Abbildung 2.2(b)). Im Inset ist ein Ausschnitt für sehr wenige Gittervektoren abgebildet.

### 4.3. Untersuchungen über die Approximationen



**Abbildung 4.2.:** Der Magnetisierungsverlauf für verschiedene Gittervektoren für die quadratische Struktur mit  $a = 3,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,5 \mu\text{m}$

nur bestimmte Zahlen von Gittervektoren zustande kommen (s. Teil 3). Manuell können durch Variation der Gittervektoren zusätzliche Rückschlüsse auf die dadurch erzeugten Moden gezogen werden. Während das beim unstrukturierten Film leicht möglich ist, verbietet die komplexe Bandstruktur des strukturierten Films das beliebige Entfernen von Gittervektoren, da durch den großen Einfluss der Gittervektoren auf andere Moden die Bandstruktur verfälscht würde.

Das Entfernen oder Einfügen von mehreren Gittervektoren kann dazu beitragen die uniforme-Mode-Näherung besser einzuhalten. Dem gegenüber steht jedoch die Näherung der Summe in den Gleichungen (2.29) und (2.30), die letztlich für die Form des Antidots verantwortlich ist. In Abbildung 4.2 sind für verschiedene Anzahlen von Gittervektoren die Magnetisierungsverläufe  $M_S(\mathbf{r})$ , die sich aus der Gleichung (2.28) ergeben, dargestellt. Die rote Stufenfunktion beschreibt den Antidot. Es zeigt sich, dass für wenige Gittervektoren nur eine ungenaue Approximation des Antidots erzielt wird. Aufgrund der Betrachtung des Eigenwertproblems im reziproken Raum ergibt sich die Darstellung der Magnetisierung über die unendliche Summe über alle reziproken Gittervektoren. Der Beschreibung folgend führen dementsprechend viele Gittervektoren zu einer besseren Näherung

#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

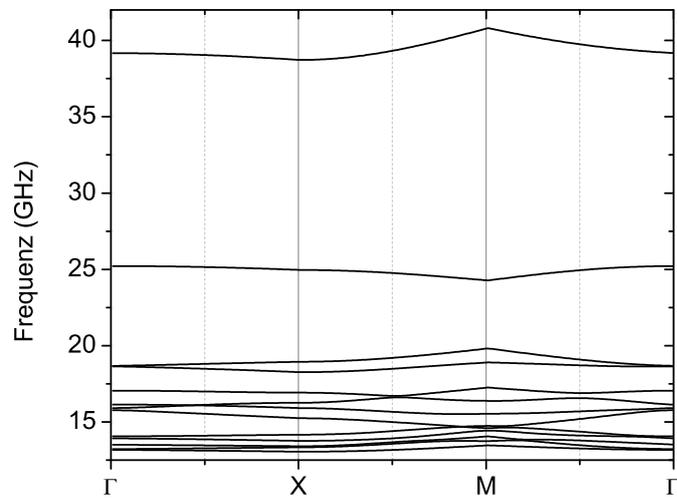
des Antidots. Es kann festgestellt werden, dass 5 Gittervektoren nicht ausreichen um einen Antidot mit einer erheblich größeren Sättigungsmagnetisierung im Vergleich zur umgebenden Matrix des Films zu modellieren wie es eingangs das Ziel war. Deshalb werden in den weiteren numerischen Rechnungen jeweils immer Gittervektorzahlen zwischen 10 und 20 gewählt, also  $N = 2$  entsprechend. Wenngleich sie der uniforme-Moden-Bedingung nur unzureichend genügen wie in Abbildung 4.1 dargestellt, modellieren sie den Antidot ungefähr wie die grüne Kurve in Abbildung 4.2.

### 4.4. Überblick der gesamten Bandstruktur

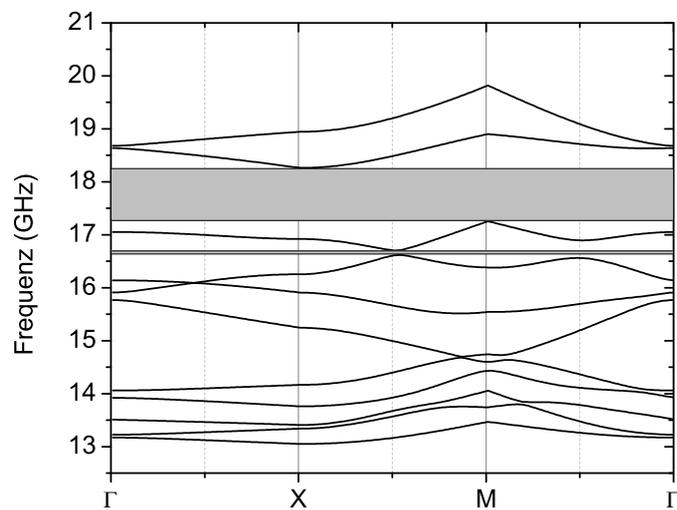
Für die bereits oben angegebenen Werte für die Sättigungsmagnetisierungen und 13 berücksichtigten Gittervektoren, die das grüne Profil in Abbildung 4.2 ergeben, zeigt Abbildung 4.3 das gesamte Spektrum der Bandstruktur für die quadratische Anordnung der Antidots für den Weg  $\Gamma$ -X-M- $\Gamma$ . Das Spektrum reicht von ungefähr 13 GHz bis fast 41 GHz. Die obersten beiden Moden werden dem Spinwellenspektrum des Antidots zugeordnet, da aufgrund der hohen Sättigungsmagnetisierung im Antidot eine hohe Frequenz der Magnonen erreicht wird. Bis ungefähr 20 GHz reicht die Bandstruktur des Films aus CoFeB, der im Folgenden genauer untersucht werden soll. Für den Weg über X' durch die 1. Brillouin-Zone erhält man ein sehr ähnliches Bild mit zwei abgesetzten Moden.

Abbildung 4.4 zeigt den Ausschnitt der Bandstruktur aus Abbildung 4.3, der die Bänder zeigt, die im Film existieren können. Zwei auftretende Bandlücken sind grau eingezeichnet. Sie sollen durch Strukturierung erzeugt und präzise zugeschnitten werden können um Materialien mit den gewünschten Eigenschaften für die oben beschriebenen Devices herzustellen. Das Problem dieser ersten Analyse einer Bandstruktur liegt in seiner Aussagekraft für reale Systeme. Einhaltung der Approximationsbedingungen, Konvergenz der Bandstrukturen und die Frage, welches System diese Bandstruktur modelliert, wurden hier nicht betrachtet und sollen in den weiteren Abschnitten dieser Auswertung untersucht werden.

#### 4.4. Überblick der gesamten Bandstruktur



**Abbildung 4.3.:** Gesamte Bandstruktur der quadratischen Struktur mit  $a = 3,5 \mu\text{m}$ ,  $R = 0,5 \mu\text{m}$  und dem Weg  $\Gamma$ -X-M- $\Gamma$ . Die obersten beiden Bänder werden dem Antidot zugeordnet und sind für die Bandstruktur des Films nicht interessant.

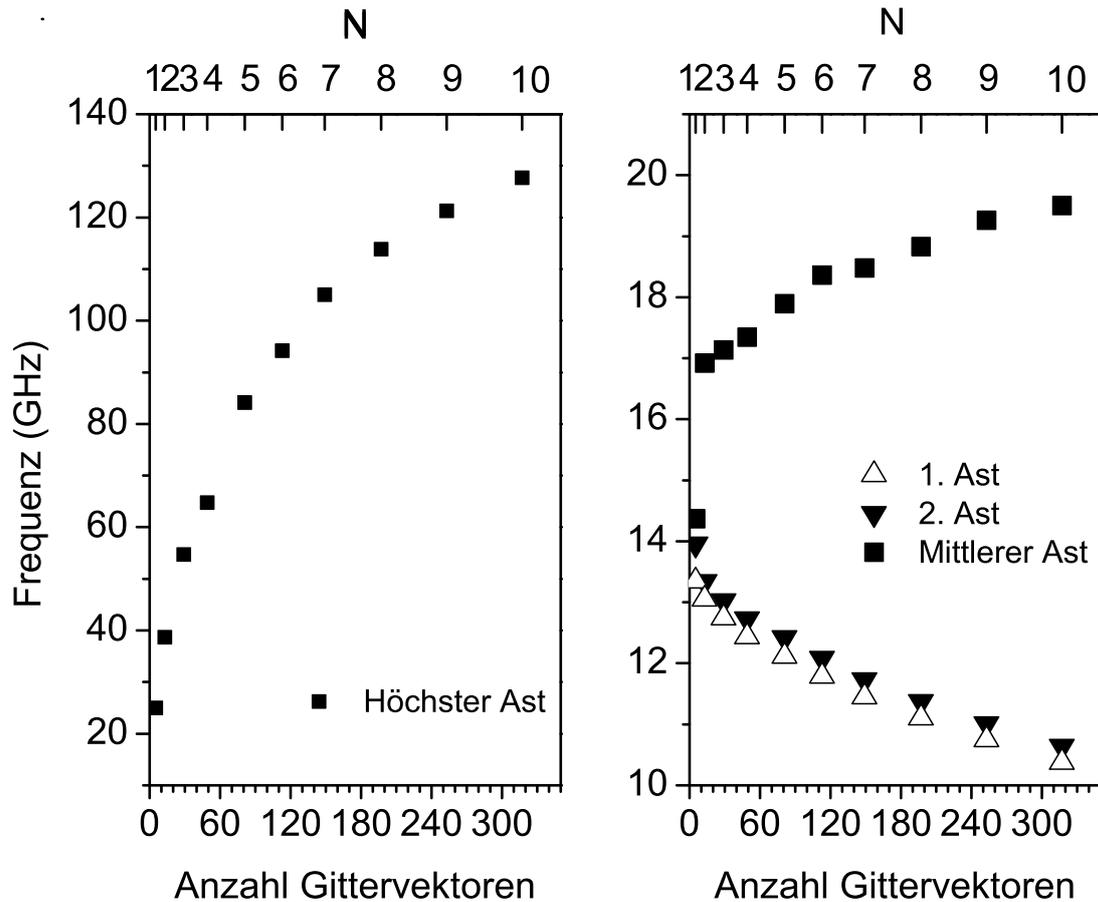


**Abbildung 4.4.:** Der Ausschnitt aus Abbildung 4.3 zeigt die Bandstruktur des Films. Auftretende Bandlücken über die gesamte Breite sind grau markiert.

## 4.5. Konvergenz der Bandstrukturen

Zunächst soll festgestellt werden wie sich die gesamte Bandstruktur eines strukturierten Films aus quadratisch angeordneten Antidots bei zunehmender Zahl von Gittervektoren unabhängig von der Einhaltung der uniforme-Mode-Näherung verhält. In Abbildung 4.5 sind für verschiedene Zahlen von Gittervektoren die Frequenzen des Spinwellenspektrums von den niedrigsten, einem mittleren und dem höchsten Ast beim X-Punkt der quadratischen Struktur abgebildet. Die Abbildung zeigt das Konvergenzverhalten des gesamten Spinwellenspektrums in diesem Punkt der 1. Brillouin-Zone, denn durch viele Gittervektoren werden die Approximationen der Summen in den Gleichungen (2.29) und (2.30) verbessert. Man erkennt, dass die Bandstruktur mit zunehmender Zahl von Gittervektoren aufspaltet. Für jeden Gittervektor kommt ein weiterer Ast hinzu, da für jeden weiteren Gittervektor die Summen des Eigenwertproblems zwei zusätzliche Dimensionen erhalten, wodurch die Matrixdimensionen von  $\mathbf{A}$  in Gleichung (2.31) steigen und weitere Eigenwerte und -vektoren erzeugt werden. Der höchste Ast wächst schnell zu sehr hohen Frequenzen an, während die untersten Moden in einem Frequenzintervall von etwa 4 GHz nach unten konvergieren. Der mittlere Ast wächst nur schwach an und zeigt innerhalb von ca. 4 GHz ein ähnliches Konvergenzverhalten wie die untersten Äste. Das lässt den Schluss zu, dass es ein Band geben muss, das nahezu konstant ist und damit im Rahmen der Ungenauigkeiten durch die diskreten Auswahlradien  $N$  sofort konvergiert. Insgesamt zeigt sich, dass die Bandstruktur für zunehmende Anzahlen von Gittervektoren weit aufspaltet, dabei verschieben sich die tiefsten Frequenzen noch etwas tiefer und die höheren wachsen stark an. Es wurde nicht beachtet, dass durch die erhöhte Anzahl der Gittervektoren zudem viele neue Bänder hinzukommen und die Bandstruktur sehr unübersichtlich erscheinen lassen. Die Auswirkung zusätzlicher Gittervektoren auf einzelne Bänder im Detail wird später untersucht.

Eine ausreichende Konvergenz aller Äste kann innerhalb des untersuchten Bereichs bis 320 Gittervektoren nicht festgestellt werden. Man kann eine Arbeit von Cao *et al.* über dreidimensionale Materialien unter anderen Bedingungen als Vergleich heranziehen, wo erst ab 1500 Gittervektoren ausreichende Konvergenz beobachtet wird [7]. Wenngleich die minimalen Frequenzen eine Konvergenz bei einer ähnlich hohen Anzahl von Gittervektoren aufgrund des exponentiellen Verlaufs andeuten, ist das komplette Verhalten der Bandstruktur nicht einzusehen.



**Abbildung 4.5.:** Konvergenzverhalten der minimalen Frequenz beim X-Punkt (groß) und des vierten Astes der Bandstruktur (Inset) der quadratischen Struktur mit  $a = 3,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,5 \mu\text{m}$

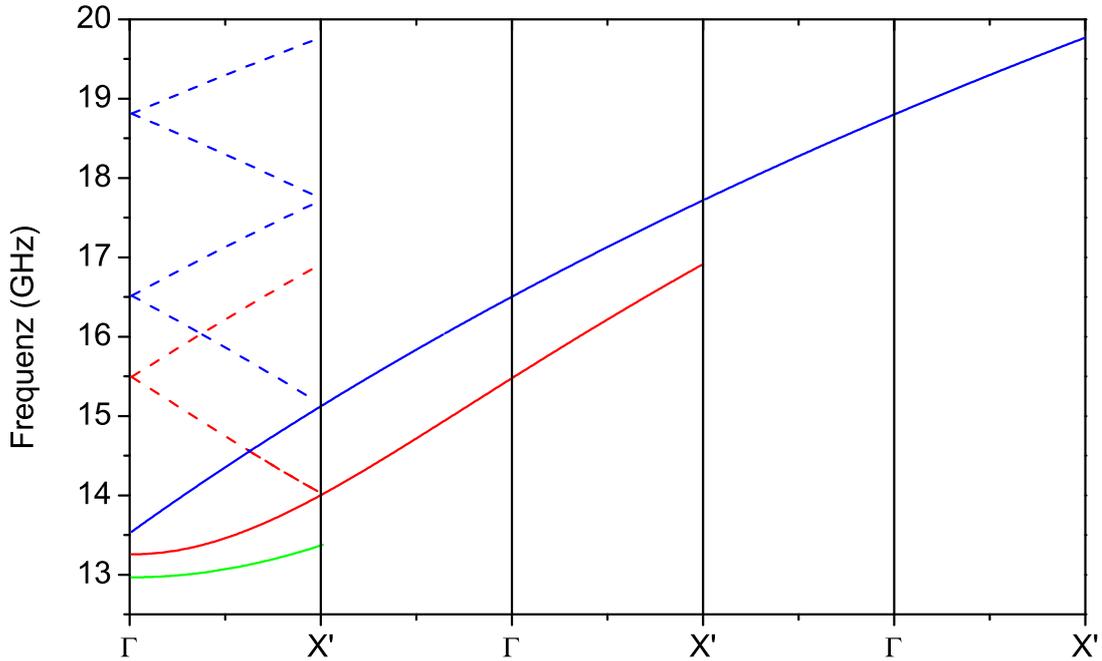
Die Konvergenz der Moden muss für jede einzeln geprüft werden, weil sie sich je nach betrachtetem Band unterscheiden kann. Denn wie bereits in Abschnitt 4.2 angedeutet, ist die Konvergenz sowohl durch die Anzahl der Gittervektoren, als auch die Einhaltung der uniforme-Mode-Approximation bestimmt.

## 4.6. Das quadratische Gitter

Die quadratische Anordnung der Antidots wurde zuvor ebenfalls von Henning Ulrichs in seiner Diplomarbeit [11] untersucht.

Zunächst wird die Bandstruktur eines unstrukturierten Films und ihre Konvergenz genauer analysiert. In Abbildung 4.6 ist der Bereich mehrerer fiktiver

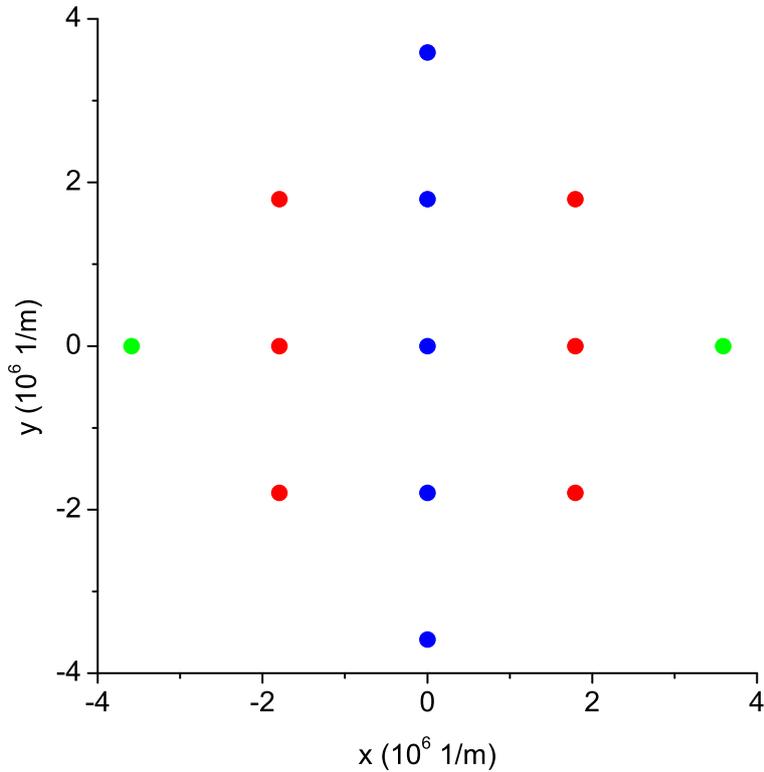
#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse



**Abbildung 4.6.:** Fiktives reduziertes Zonenschema mit mehreren Brillouin-Zonen für den unstrukturierten Film. Verschiedene Moden sind farblich unterschieden.

Brillouin-Zonen in einem reduzierten Zonen-Schema für einen unstrukturierten Film dargestellt um die auftretenden Moden der unteren Äste der Bandstruktur zu veranschaulichen. Um den unstrukturierten Film zu simulieren wird in einer weiteren Rechnung die Sättigungsmagnetisierung im Antidot auf den Wert des umgebenden Films (hier: 1,6 T) gesetzt, so dass der gesamte Film eine identische Sättigungsmagnetisierung hat und somit keine Strukturierung vorhanden ist. Trotzdem kann aufgrund des unendlich ausgedehnten Modells die Bandstruktur in fiktive Brillouin-Zonen, die alle eine identische Bandstruktur aufweisen, geteilt werden. Der Wellenvektor der Spinwelle wird hier von 0 in  $y$ -Richtung bis zum  $X'$ -Punkt vergrößert. Der erste  $X'$ -Punkt entspricht dabei einem Wellenvektorwert von  $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a}(0, 1)^T$ , der zweite  $\Gamma$ -Punkt dem Mittelpunkt der benachbarten Brillouin-Zone, also  $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{a}(0, 1)^T$ , was dem nächsten Gittervektor entspricht (s. Abbildung 2.2(b)). Abbildung 4.6 zeigt zudem, dass die oberen Äste durch benachbarte Brillouin-Zonen zustandekommen.

Man kann nun die Moden direkt den erzeugenden Gittervektoren zuordnen und dadurch auch die Konvergenz einzelner Äste besser einschätzen. Dazu werden die Eigenvektoren, die zusätzlich zu den Eigenwerten bei der Lösung berechnet wur-



**Abbildung 4.7.:** Die Abbildung zeigt die 13 Gittervektoren, die zu der Berechnung der Bandstruktur bei der quadratischen Anordnung verwendet werden. Die Farben verknüpfen die Gittervektoren mit den von ihnen erzeugten Moden des unstrukturierten Films in Abbildung 4.6 erzeugen.

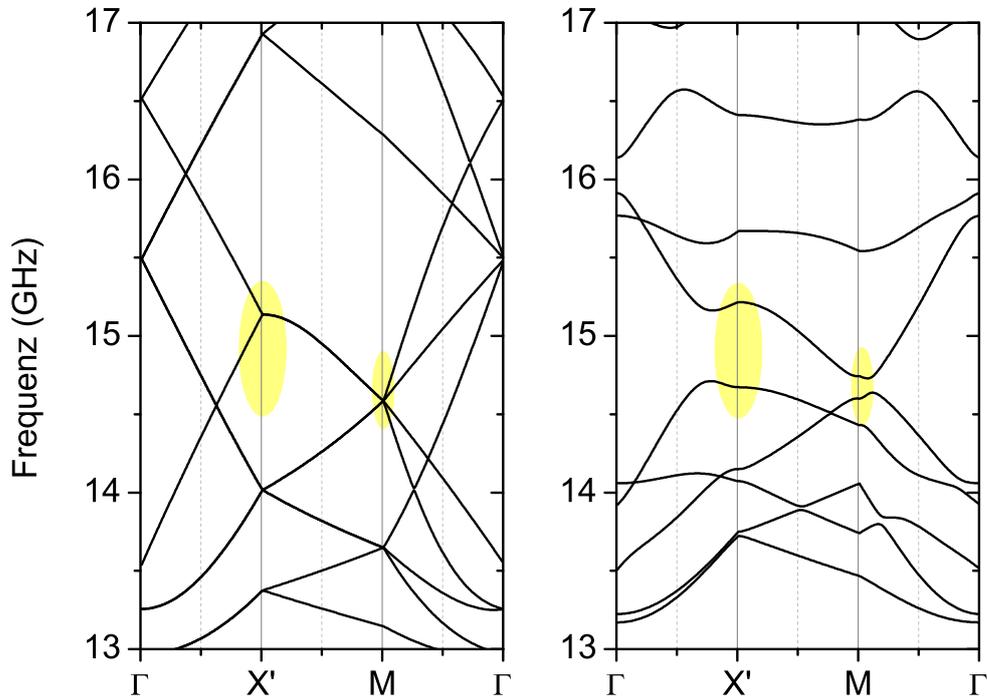
den, herangezogen. Die  $i$ -te Eintrag der oberen Hälfte des Eigenvektors zeigt die reziproke Komponente der dynamischen Magnetisierung in  $y$ -Richtung  $m_{y,k}(\mathbf{G}_i)$ . Beim unstrukturierten Film zeigt sich, dass für jeden Eigenwert jeweils alle Komponenten bis auf eine verschwinden. Diese Komponente kann aufgrund ihres Indexes direkt dem Gittervektor zugeschrieben werden. Dadurch erzeugt jeder Gittervektor eine eigene Schwingung der dynamischen Magnetisierung. Würden die dynamischen Magnetisierungen aus den reziproken Komponenten berechnet werden, erhielte man das Profil dieser Schwingung. So wäre festzustellen, welcher Gittervektor für die Grundschwingung verantwortlich ist und welche weiteren Oberschwingungen durch die anderen Gittervektoren erzeugt würden. Weist man nun die Gittervektoren den einzelnen Ästen in der Bandstruktur zu erhält man Abbildung 4.7. Weitere Auswertungen zeigen, dass für alle Gittervektoren, die eine verschwindende oder positive  $y$ -Komponente besitzen, die Steigung der Äste

#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

im Bereich  $\Gamma$ - $X'$  positiv ist. Weiterhin sind durch die Symmetrie durch die Achse der blau markierten Gittervektoren jeweils zwei Gittervektoren verantwortlich für die roten und grünen Äste. Diese Symmetrie wird beim strukturierten Film nicht mehr beobachtet. Mit zunehmendem Abstand von  $\Gamma$ , also  $(0,0)$ , nimmt außerdem die Frequenz der Äste, die durch die blauen und roten Gittervektoren erzeugt werden, zu, so dass der tiefste rote Ast durch die Gittervektoren links und rechts vom Nullpunkt und der tiefste blaue Ast durch den Gittervektor  $\mathbf{G} = 0$  zustande kommen. Mit dieser genauen Zuweisung kann nun die Genauigkeit der Bänder im Rahmen der uniforme-Mode-Näherung analysiert werden. Dafür wird nun nicht wie in den Abschnitten 4.3 und 4.5 der maximale reduzierte Wellenvektor von allen Gittervektoren begutachtet, sondern für jedes Band dieses Kriterium einzeln geprüft. Für das unterste blaue Band gilt, dass  $kS \approx 0,06$  (s. Abb. 4.1), die uniforme-Mode-Näherung also gut erfüllt ist, und es damit im Vergleich zu den Anderen sehr genau die wirklichen Frequenzen dieses Bands angibt. Bei dieser Wertung wird jedoch die benötigte Konvergenz durch eine große Anzahl von Gittervektoren nicht beachtet. Demzufolge ist die Oberschwingung durch die beiden grünen Gittervektoren mit der niedrigen Frequenz nicht genau bestimmt und die Approximationsbedingung verletzt.

##### 4.6.1. Einfluss der Antidot-Strukturierung

Im folgenden Abschnitt sollen in erster Linie die Oberflächenmoden (DE-Moden), die senkrecht zum angelegten Magnetfeld propagieren (es gilt  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$ ), untersucht werden. Deshalb wird der Weg über den Punkt  $X'$  der 1. Brillouin-Zone gewählt, da das externe Magnetfeld entlang der  $x$ -Achse zeigt. Man kann die untersten Äste wegen der generellen besseren Konvergenz der Bandstruktur mit den Ästen der Bandstruktur des unstrukturierten Films vergleichen, die wie oben beschrieben berechnet werden. Im Vergleich zwischen unstrukturiertem und strukturiertem Film ergeben sich die Bandstrukturen wie in Abbildung 4.8 dargestellt. Man erkennt, dass sich die Bandstrukturen in vielen Frequenzästen unterscheiden. So verschieben sich viele Äste der Bandstruktur des unstrukturierten Films durch die Strukturierung um ungefähr ein halbes GHz nach oben, wie an den Knotenpunkten der  $\Gamma$ -Punkte ersehen werden kann. Einzelne Äste in einigen Frequenzbereichen bewegen sich erheblich oder spalten sich auf, so dass neue Moden hinzukommen und andere verschwinden. Zwei neue Bänder kommen im Bereich



**Abbildung 4.8.:** Bandstruktur des unstrukturierten Films (links) und des quadratisch strukturierten Films (rechts) mit  $a = 3,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,5 \mu\text{m}$ . Es wurde der Weg  $\Gamma$ -X'-M- $\Gamma$  gewählt. Wichtige Bereiche, wo Bandlücken auftreten sind gelb markiert. Für die Berechnung wurden 13 Gittervektoren verwendet, so dass sich ein größter reduzierter Wellenvektor von  $kS = 0,229$  ergibt.

zwischen 13 und 14 GHz dazu: Der erste ist der Ast, der durch Aufspaltung der kleinsten Mode im Bereich zwischen  $\Gamma$  und X' entsteht, und der zweite ist ein anfangs nahezu horizontaler Ast, der knapp über 14 GHz im  $\Gamma$ -Punkt beginnt und später bis auf 13,25 GHz abfällt. Letzterer könnte jedoch die Mode sein, die im unstrukturierten Film von 15,5 GHz im  $\Gamma$ -Punkt bis auf ca. 14 GHz im X'-Punkt abfiel. Das lässt sich daran begründen, dass der Knoten im X'-Punkt und der weitere Verlauf bis zum zweiten  $\Gamma$ -Punkt dem Verlauf im unstrukturierten Film sehr ähnlich ist. Der Knoten in der Nähe des X'-Punkts bei ca. 14 GHz ist dabei der einzige Knoten in diesem Frequenzbereich der Bandstruktur des strukturierten Films, denn alle anderen Knoten spalten sich auf, wodurch z. T. Bandlücken entstehen wie in den gelb markierten Bereichen. Die Lücke im X'-

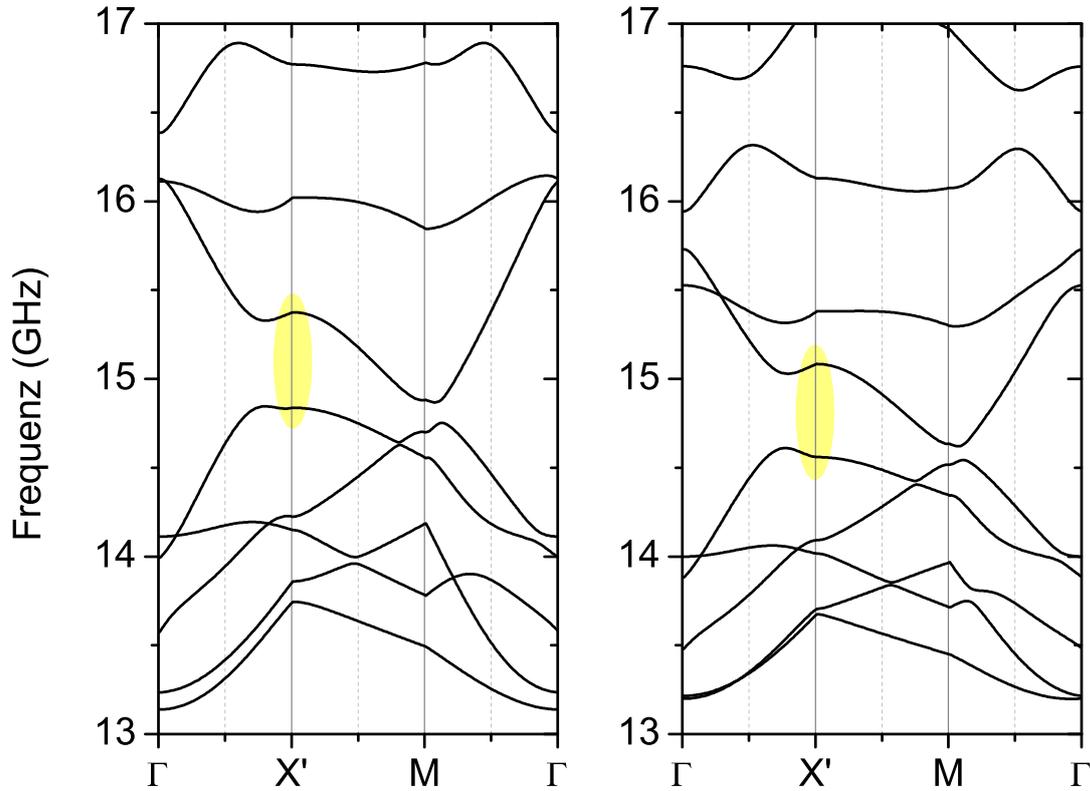
#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

Punkt hat ungefähr eine Frequenzbreite von einem halben GHz, während die im M-Punkt eine sehr kleine Aufspaltung von ca. 0,1 GHz aufweist. Beide zusammen erzeugen einen Bereich im Frequenzband, in dem keine Magnonen möglich sind, da kein Wellenvektor einer Spinwelle mit dieser Frequenz vorhanden sein kann. Dieser Bereich hängt jedoch von dem gewählten Weg durch die 1. Brillouin-Zone ab und gilt nur für Spinwellen in diesen Richtungen. Spinwellen entlang der  $x$ -Richtung sind dadurch z. B. nicht ausgeschlossen.

Analysiert man nun wie im vorhergehenden Abschnitt die zugrundeliegenden Gittervektoren der Bänder anhand der Eigenvektoren, stellt man zunächst fest, dass nun viele Gittervektoren an einem Band beteiligt sind, sich also viele verschiedene Schwingungen überlagern um eine Schwingung der dynamischen Magnetisierung zu ergeben, die nur die gezeigten Frequenzen zulässt. Das untere der beiden gelb markierten Bänder im  $X'$ -Punkt in Abbildung 4.8 rechts wird zum Beispiel durch alle Gittervektoren mit einer  $y$ -Komponente von 0 und  $-2\pi/a$  erzeugt. Der Hauptanteil liegt dabei auf den beiden mittleren Gittervektoren  $\mathbf{G}_6 = (0, -2\pi/a)^T$  und  $\mathbf{G}_7 = (0, 0)^T$  (s. Abbildung 4.7). Sie ergeben außerdem das obere gelb markierte Band. Wegen  $kS = |\mathbf{k} + \mathbf{G}_i|S$  gilt, dass für diese beiden Gittervektoren  $kS = \frac{\pi}{a}S \approx 0,06$  ist und dieses Band im Vergleich zu anderen Bändern genau bestimmt wird. Das kann auch daran festgemacht werden, dass sich die Frequenz dieses Bands im Vergleich zwischen unstrukturierten und strukturierten Film kaum verändert. Dieser Interpretation folgend wird festgestellt, dass die Bandlücke entsteht, weil sich mit den bestehenden Schwingungen zusätzliche Schwingungen des roten und grünen Bands überlagern und einen Frequenzbereich für Spinwellenpropagation unmöglich machen. Abschließend zeigt Abbildung 4.8, dass die beiden wichtigen Bandlücken in den Symmetriepunkten  $X'$  und M durch die Strukturierung mit periodisch angeordneten Antidots dieser Geometrie erzeugt und somit ein magnonischer Kristall erschaffen wurde.

##### 4.6.2. Einfluss des Antidotabstands $a$

Die Bandlücken in der Bandstruktur werden durch die quadratische Anordnung der Antidots, also durch die Strukturierung des Films, hervorgerufen. Die große Bandlücke liegt in Abbildung 4.8 rechts im  $X'$ -Punkt ungefähr zwischen 14,67 und 15,21 GHz. In Abbildung 4.9 sind die gleichen Graphen mit unterschiedlichem Antidotabstand  $a$  dargestellt. Auf der linken Seite ist der Abstand zwischen



**Abbildung 4.9.:** Bandstrukturen mit quadratischer Anordnung der Antidots mit  $R = 0,5 \mu\text{m}$  für verschiedene Antidotabstände. *Links:*  $a = 3,2 \mu\text{m}$  und  $kS = 0,251$ , *rechts:*  $a = 3,8 \mu\text{m}$  und  $kS = 0,211$

zwei Antidots um  $0,3 \mu\text{m}$  kleiner und auf der rechten Seite  $0,3 \mu\text{m}$  größer als in Abbildung 4.8. Die Bandlücke verschiebt sich mit abnehmendem Antidotabstand  $a$  nach oben, so dass sie für  $a = 3,2 \mu\text{m}$  zwischen  $14,83$  und  $15,37$  GHz liegt. Allerdings ergeben die berechneten Daten keinen linearen Verlauf der Verschiebung, da sich für den größeren Antidotabstand  $a = 3,8 \mu\text{m}$  die Bandlücke zwischen  $14,56$  und  $15,08$  GHz befindet. Während die Bandlückenbreite mit  $0,52$ - $0,54$  GHz quasi konstant bleibt, verschiebt sich die Bandlücke auf den ersten  $0,3 \mu\text{m}$  von  $a = 3,8 \mu\text{m}$  ausgehend erst um  $0,11$  GHz und danach von  $a = 3,5 \mu\text{m}$  bis  $a = 3,2 \mu\text{m}$  um  $0,21$  GHz. Neben der Position der Bandlücke verändert sich die Bandstruktur für verschiedene Antidotabstände insgesamt, indem sie sich auffächert mit abnehmendem  $a$ . Dabei sinkt die kleinste Frequenz im  $\Gamma$ - $X'$ -Bereich ab, während sich alle anderen Äste jeweils voneinander entfernen. So ist der oberste sichtbare Ast rechts in Abbildung 4.9 in der linken mit kleinerem  $a$  nicht im

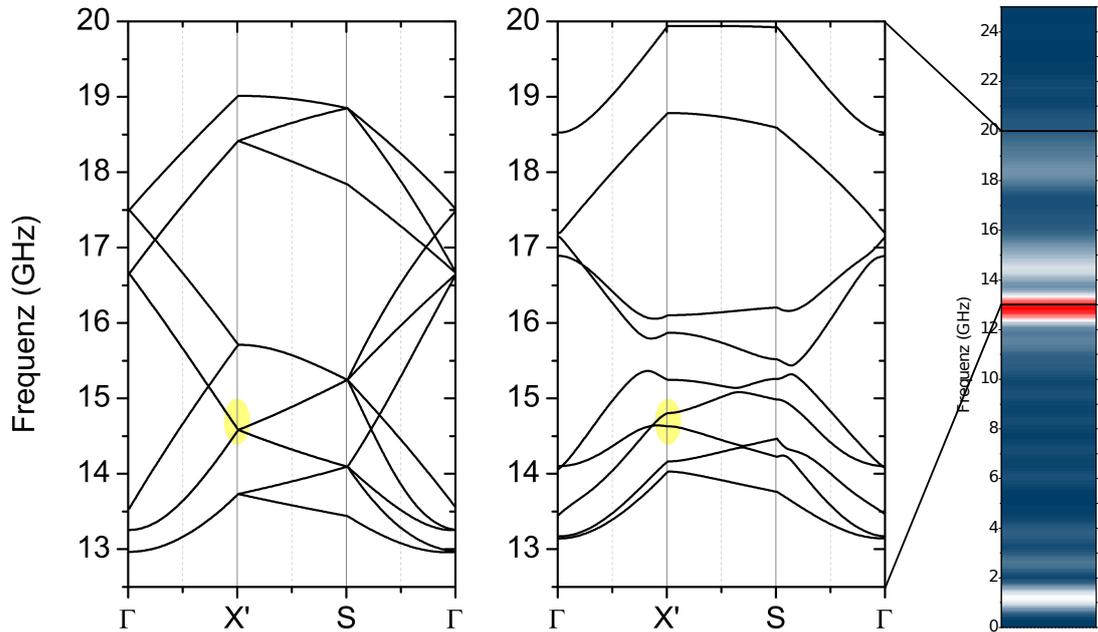
#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse

gleichen Frequenzbereich zu sehen. Die unterschiedlichen  $kS$ -Werte ergeben sich aus den verschiedenen Antidotabständen. Wird  $a$  kleiner, werden die Abstände zwischen zwei Punkten im reziproken Gitter größer, so dass die Gittervektoren  $\mathbf{G}_i$  wachsen.

### 4.7. Das rechteckige Gitter

In diesem Abschnitt werden die Bandstrukturen für rechteckige Anordnungen wie in Abbildung 2.3 dargestellt, berechnet und untersucht. Mithilfe der theoretisch berechneten Bandstrukturen wird dann der Versuch unternommen, die durch die Strukturierung entstandene Oberflächenmode, die die experimentell von Jelena Panke erzeugten Daten zeigen, zu erklären.

Es wird der Film mit einer rechteckigen Anordnung der Antidots mit den Abständen  $a_1 = 3,5 \mu\text{m}$  und  $a_2 = 2,5 \mu\text{m}$  verwendet, der in einer zweiten Rechnung um  $90^\circ$  gedreht wird, so dass nun  $a_1 = 2,5 \mu\text{m}$  und  $a_2 = 3,5 \mu\text{m}$  ist. Da in den Experimenten CoFeB-Filme mit einem Antidotradius von  $R = 0,4 \mu\text{m}$  verwendet werden, wird wegen der gewünschten Korrespondenz zwischen Experiment und Theorie bei den folgenden Bandstrukturrechnungen dieser Wert anstatt  $R = 0,5 \mu\text{m}$  benutzt. Für beide Anordnungen werden 11 Gittervektoren im reziproken Raum zur Lösung des Eigenwertproblems verwendet wie in Abbildung A.1 zu sehen. Abbildung A.2 zeigt die entsprechenden Modellierungen der Antidots, die einen sehr ähnlichen Verlauf aufweisen. Dadurch ist sichergestellt, dass die unterschiedlichen Bandstrukturen somit nur von den verschiedenen Anordnungen der Antidots abhängen. In der Abbildung 4.10 ist die Bandstruktur analog zur quadratischen Anordnung der Antidots in Teil 4.6.1 für den unstrukturierten Film links und für den Film mit rechteckiger Strukturierung der Antidots rechts mit dem langen Antidotabstand  $a_1 = 3,5 \mu\text{m}$  entlang des externen Feldes, also der  $x$ -Richtung, abgebildet. Oberflächenmoden werden hier also entlang des kurzen Antidotabstands, also der  $y$ -Achse, erwartet. Ähnlich zum quadratischen Fall ergeben sich im unstrukturierten Film Knotenpunkte, von denen einige durch die Strukturierung aufspalten und dadurch Bandlücken erzeugen wie die Knoten in den Punkten X' bei 15,71 GHz und S bei 15,24 GHz. Dort bildet sich wie im quadratischen Fall eine kleine Bandlücke über das gesamte Wellenvektorspektrum. Der gelb markierte Bereich links in Abbildung 4.10 zeigt einen Knoten, der durch

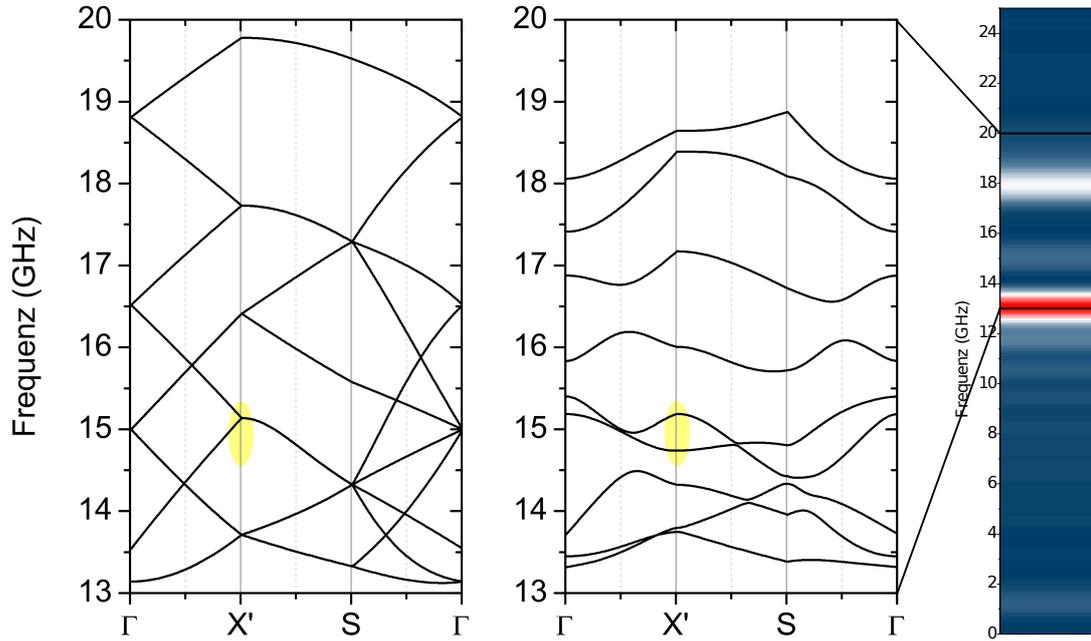


**Abbildung 4.10.:** Die Bandstruktur des unstrukturierten Films (links) und des rechteckig strukturierten Films (mitte) mit  $a_1 = 3,5 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 2,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,4 \mu\text{m}$ . Für die Berechnung wurden 11 Gittervektoren gewählt (s. Abb. A.1). Rechts sind die Amplituden der Fouriertransformationen der im Experiment gemessenen Magnetsierung abgebildet.

die Strukturierung eine sehr kleine Bandlücke im Punkt  $X'$  erzeugt, die durch zwei flachere Bänder umrahmt wird (in Abbildung 4.10 rechts gelb markiert). Dreht man den Film um  $90^\circ$  werden die beiden Antidotabstände vertauscht und es ergeben sich die Bandstrukturen für den unstrukturierten und strukturierten Film wie in Abbildung 4.11. Die unteren Äste, die eine schnellere Konvergenz zeigen, verhalten sich ähnlich zu denen im ungedrehten Fall. Auffallend ist, dass der gelb markierte Knoten bei 15,13 GHz nur im  $X'$ -Punkt aufspaltet und dadurch ein sehr flaches Band bei ungefähr 14,74 GHz entsteht. Dieses flache Band kann wie die beiden markierten flachen Bänder des ungedrehten Films als große Zustandsdichte interpretiert werden, da ein flaches Band viele unterschiedliche Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  mit nahezu identischer Spinwellenfrequenz erlaubt. Bei einer externen Anregung des Materials durch z. B. einen Laserimpuls werden dadurch viele Spinwellen gleicher Frequenz erzeugt, die alle Oberflächenmoden sind, also senkrecht zum angelegten Feld in die  $y$ -Richtung propagieren.

Jelena Panke hat in ihrer Bachelorarbeit unter Anderem für den hier simulierten

#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse



**Abbildung 4.11.:** Die Bandstruktur des unstrukturierten Films (links) und des rechteckig strukturierten Films (mitte) mit  $a_1 = 2,5 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 3,5 \mu\text{m}$  und  $R = 0,4 \mu\text{m}$  (obige Struktur  $90^\circ$  gedreht). Für die Berechnung wurden 11 Gittervektoren gewählt (s. Abb. A.1). Rechts sind die Amplituden der Fouriertransformationen der im Experiment gemessenen Magnetisierung abgebildet.

Antidot-Film mit rechteckiger Struktur ein Spinwellenspektrum gemessen [12]. Im Experiment wird wie in den numerischen Rechnungen ein externes Magnetfeld mit einer effektiven Feldstärke von 130 mT in der Filmebene verwendet und der zeitliche Verlauf der Änderung der Magnetisierung mittels MOKE-Effekt und Femtosekundenspektroskopie gemessen. Für diese Feldstärke sind die Fouriertransformationen der gemessenen Kerr-Rotation, die die relative Änderung der Magnetisierung zum Gleichgewichtswert angeben, zusätzlich in den beiden Abbildungen 4.10 und 4.11 ganz rechts aufgetragen. Im experimentellen Aufbau kann nicht  $\mathbf{k}$ -selektiv gemessen werden, denn es werden Spinwellen in jeder möglichen Richtung angeregt. Über die Fouriertransformation können aber die Frequenzen aller auftretenden Moden bestimmt werden. Das Verhältnis der Amplitude der Moden wird durch die Färbung von blau über weiß nach rot dargestellt, da die absoluten Amplituden nicht bekannt sind.

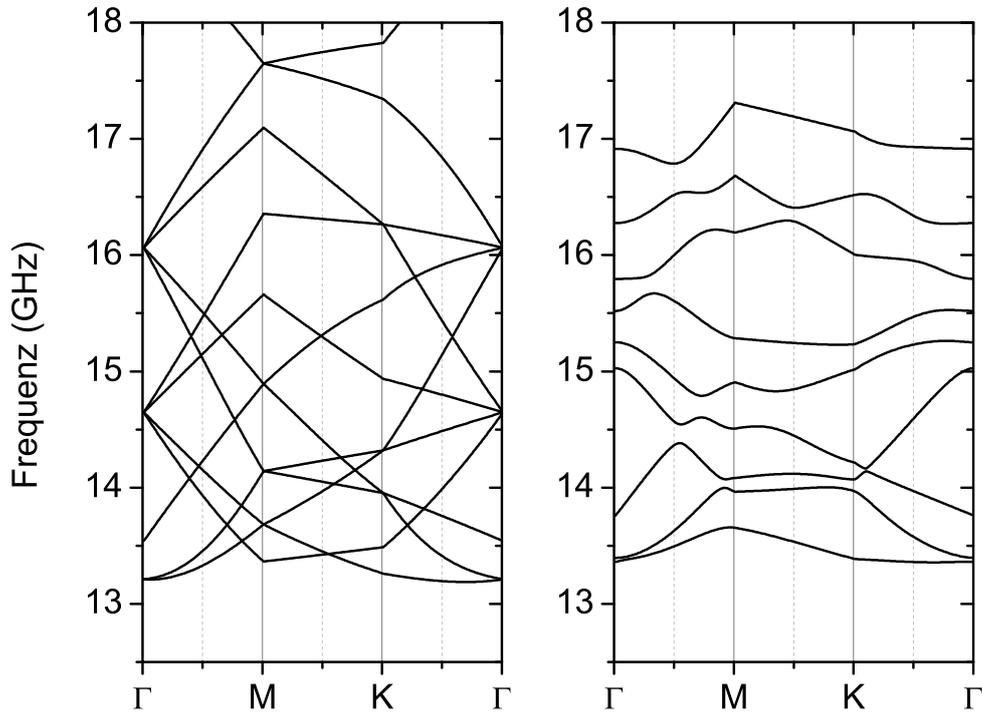
Die Messungen für  $a_1 = 3,5 \mu\text{m}$  zeigen mehrere weiße Peaks und einen breiten

roten Peak bei ungefähr 13 GHz. Der unterste weiße Peak zwischen 1 und 2 GHz ist auf Störeffekte bei der Messung und der dadurch entstehenden Fehler bei der Fouriertransformation zurückzuführen, während der rote Peak, der anzeigt, dass sehr viele Magnonen dieser Frequenz existieren, und der schwache weiße Peak um 18 GHz nicht durch die Strukturierung entstanden sind. Messungen am unstrukturierten Film zeigen identische Moden dieser Frequenz. Interessant ist der weiße Peak zwischen 14 und 15 GHz, der durch die Strukturierung des Films durch Antidots entsteht. Da das Licht des Laserimpulses nur eine geringe Eindringtiefe besitzt, wird angenommen, dass diese auftretende Mode eine Oberflächenmode ist. Von dieser Annahme wird der Weg durch die 1. Brillouin-Zone durch den  $X'$ -Punkt motiviert. Nach einer Drehung des Films um  $90^\circ$ , so dass das externe Feld nun entlang des kurzen Antidotabstands zeigt, bewegt sich dieser Peak nach oben und kann sehr schwach bei ungefähr 15 GHz in Abbildung 4.11 rechts wieder identifiziert werden. Die Mode hat sich durch Vertauschung der Antidotabstände in  $x$ - und  $y$ -Richtung um ca. ein halbes GHz nach oben verschoben.

Die theoretisch mit allen Näherungen numerisch berechneten Bandstrukturen können diese neu entstandenen Moden in einem gewissen Maße motivieren. So entsprechen sie den bereits erläuterten flachen Bändern, die ungefähr in demselben Frequenzbereich liegen und eine mögliche hohe Zustandsdichte anzeigen. Die Knoten, die in Abbildung 4.10 und 4.11 gelb markiert wurden, haben die gleiche Frequenz wie die in den Experimenten durch Strukturierung neu hinzugekommenen Moden. Im Umfeld der Knoten verlaufen die Äste der Bandstruktur sehr steil, so dass in der verwendeten Interpretation keine hohe Zustandsdichte erwartet wird. Durch die Antidot-Strukturierung entstehen Bandlücken in diesen Frequenzbereichen, die durch die bereits oben beschriebene Verschiebung der gesamten Bandstruktur überlagert wird. Die Bandlücken werden durch flache Bänder begrenzt, die eine entsprechend höhere Zustandsdichte besitzen und somit viele Spinwellen dieser Frequenz ermöglichen. Im Rahmen der Genauigkeit der numerischen Rechnungen kann festgestellt werden, dass diese Bandlücke durch die Drehung des strukturierten Films ebenfalls um ein halbes GHz verschoben ist.

## 4.8. Das hexagonale Gitter

Die hexagonale Anordnung der Antidots im Realraum und die Darstellung im reziproken Raum mit dem gewählten Weg durch die 1. Brillouin-Zone sind in Abbildung 2.4 zu sehen. Im folgenden Abschnitt soll wie bei der quadratischen Struktur die Bedeutung der einzelnen Gittervektoren für die Bandstruktur des unstrukturierten wie auch des strukturierten Films näher untersucht werden. Um den Einfluss von zusätzlichen Gittervektoren auf die Bandstruktur zu bestimmen wird das hexagonale Gitter mit 13 und mit 19 Gittervektoren wie in Abbildung 4.14 dargestellt simuliert. Die Nummerierung der Gittervektoren bei ihrer Initialisierung beginnt im negativen  $x, y$ -Bereich und zählt bei konstantem  $x$  die Gittervektoren mit zunehmendem  $y$ -Wert aufwärts. Danach wird das Prozedere für den nächstgrößeren  $x$ -Wert wiederholt bis alle initialisiert wurden. Für beide Gittervektoranzahlen kann wie zuvor die Antidot-Modellierung bestimmt werden, wie in Abbildung A.3 gezeigt. Zunächst wird erneut der unstrukturierte Film betrachtet, dessen Bandstruktur sich bis auf wenige hinzugekommene Bänder kaum von der des unstrukturierten Films in Abbildung 4.8 unterscheidet. Die Ursachen der Differenzen sind die Entfernungen der Gittervektoren vom Nullpunkt  $\Gamma$ . Die hexagonal angeordneten Gittervektoren besitzen andere Abstände, so dass sich die  $kS$ -Werte unterscheiden und somit die Erfüllung der Näherungsbedingungen unterscheiden. In Abbildung 4.12 und 4.13 sind die Bandstrukturen des unstrukturierten und hexagonal strukturierten Films für 13 und 19 Gittervektoren abgebildet. Letztere Abbildung zeigt für den unstrukturierten Fall farbig die unterschiedlichen Moden und gestrichelt die durch die Erweiterung der Zahl der Gittervektoren von 13 auf 19 hinzugekommenen Frequenzäste. Zu den bereits bekannten Moden kommen im ersten Drittel der Bandstruktur die magenta-farbene und die orangene Mode hinzu, da sich in Richtung der blauen Achse (M-Punkt) nun mehrere Gittervektoren mit unterschiedlichen Abständen befinden wie in Abbildung 4.14 gezeigt. Analog zum quadratischen Fall sind Gittervektoren mit negativen  $y$ -Komponenten für negative Steigungen von Bändern verantwortlich. Man stellt fest, dass bei  $y=0$  5 Moden durch die 5 nebeneinander liegenden Gittervektoren rechts in Abbildung 4.14 entstehen. Von diesen Moden besitzen jedoch nur die blaue, rote und grüne Mode wegen drei positiven Gittervektoren drei positive Äste. Die Gittervektoren der Moden mit negativen  $y$ -Komponenten erhält man durch Spiegelung der Gittervektoren mit  $y$ -Komponente größer Null am



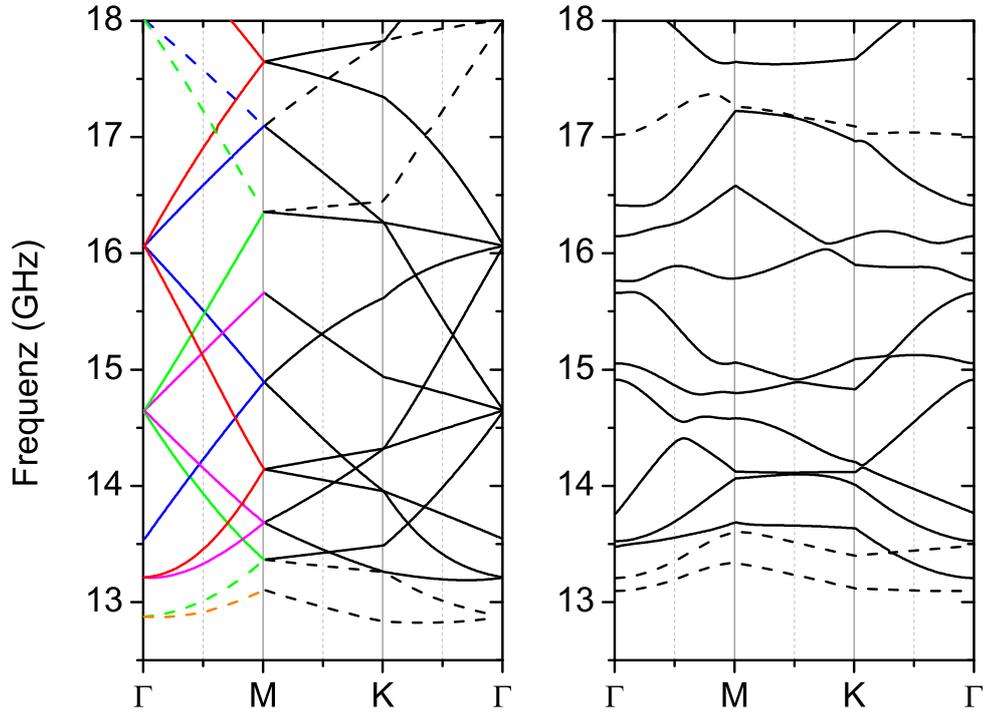
**Abbildung 4.12.:** Die Bandstruktur der unstrukturierten Films und des hexagonal strukturierten Films mit 13 Gittervektoren.

Punkt  $\Gamma$ . Wie zuvor gilt, dass mit zunehmender Entfernung vom  $\Gamma$ -Punkt auch die Frequenz des Bands erhöht wird. Da bei 13 Gittervektoren die beiden äußeren Gittervektoren fehlen (s. Abbildung 4.14 links), werden diese Moden links in Abbildung 4.12 nicht erzeugt.

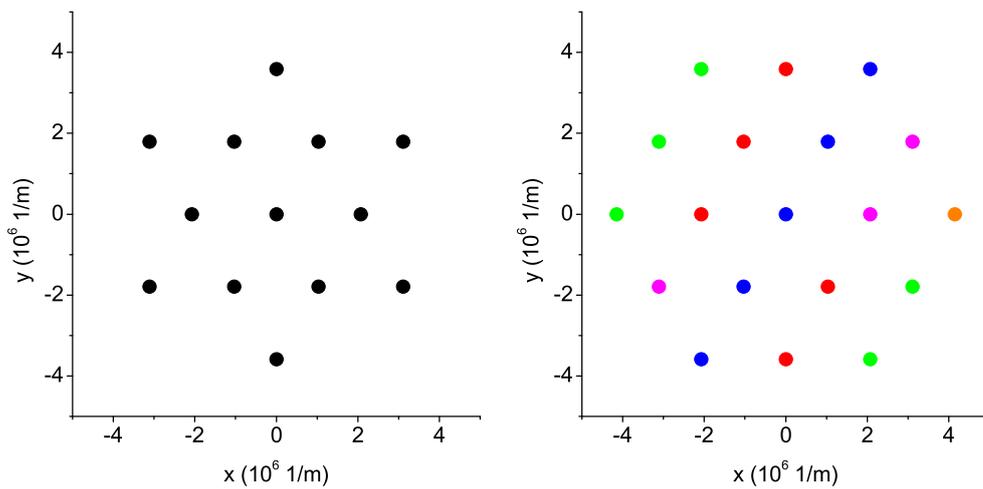
Betrachtet man nun die strukturierten Films ergibt sich erneut das Problem, dass die Bänder Schwingungen beschreiben, die eine Überlagerung von mehreren Schwingungen darstellen und damit durch viele Gittervektoren erzeugt werden. Die Analyse zeigt, dass die untersten beiden neu hinzugekommenen Bänder in Abbildung 4.13 rechts fast ausschließlich durch die Gittervektoren  $\mathbf{G}_{17}$  und  $\mathbf{G}_3$  erzeugt werden, die auch die Moden des unstrukturierten Films erzeugen. Das deckt sich mit der Darstellung der Gittervektoren, da diese beiden bei 13 Gittervektoren fehlen.

Durch die Strukturierung wird die Aufspaltung in einzelne Gittervektoren erheblich komplizierter, so dass nun der Effekt der dazugekommenen Gittervektoren untersucht werden soll. Dafür wird die Bandlücke zwischen 14 und 15 GHz mit-

#### 4. Auswertung der Simulationsergebnisse



**Abbildung 4.13.:** Die Bandstruktur des unstrukturierten Films und des hexagonal strukturierten Films mit 19 Gittervektoren. Die verschiedenen Moden sind im  $\Gamma$ -X'-Bereich unterschiedlich farbig markiert. Die im Vergleich zu Abbildung 4.12 neu entstandenen Bänder sind gestrichelt dargestellt.



**Abbildung 4.14.:** Die Gittervektoren der Berechnung der Bandstrukturen der Abbildung 4.12 links und der Abbildung 4.13 rechts. Die Farben verknüpfen die Gittervektoren mit den von ihnen erzeugten Moden des unstrukturierten Films in Abbildung 4.13.

tig zwischen Punkt  $\Gamma$  und  $M$  betrachtet, die in beiden Bandstrukturen an nahezu derselben Position existiert. Das jeweils untere Band wird hauptsächlich von den gleichen Gittervektoren  $\mathbf{G}_2$ ,  $\mathbf{G}_{10}$  und  $\mathbf{G}_{13}$  erzeugt. Das entspricht dem Überlagern der Schwingungen der Bänder, die sich im unstrukturierten Film schon in der Nähe dieses Punktes schneiden. Beim oberen Band der Bandlücke kommen zusätzlich das rote und magenta-farbene Band, die sich knapp über 15 GHz schneiden, und das unterste magenta-farbene Band hinzu. Während bei der Bandstruktur mit 13 Gittervektoren noch der nächsthöhere blaue Ast das obere Band der Bandlücke erzeugt, wird hierfür bei der Bandstruktur mit 19 Gittervektoren die orangene Mode benutzt. Obwohl die beiden letztgenannten Bänder sehr unterschiedlich sind, scheint die Bandlücke dadurch nicht beeinflusst worden zu sein. Ohne Berücksichtigung der Konvergenzkriterien durch die uniforme-Mode-Näherung kann man daraus schließen, dass der Einfluss der entfernteren Moden klein sein muss.

Wird der Bereich zwischen  $K$  und  $\Gamma$  für den unstrukturierten Film betrachtet, wird festgestellt, dass hier keine zusammenhängenden Moden auftreten, sondern alle Äste unabhängig voneinander sind. Das dritte Band von unten gezählt in Abbildung 4.12 links entsteht durch den mittigen Gittervektor, während die anderen beiden Gittervektoren der Achse in Richtung des  $K$ -Punktes das fünfte und sechste Band erzeugen. Anhand der oben gezogenen Schlussfolgerungen sollte man jedoch eine zusammenhängende Mode aus drei Frequenzästen erwarten, da drei Gittervektoren auf der Achse in Richtung des  $K$ -Punktes liegen. Wieso in dieser Richtung keine zusammenhängenden Moden erzeugt werden, kann nicht erklärt werden.

Die Auswertung zeigt, dass die auftretende Bandstruktur auch durch die Auswahl der Gittervektoren bestimmt wird. Die Bänder des strukturierten Films entstehen aus den Bändern, die sich in etwa im gleichen Frequenzbereich befinden. Werden bestimmte Gittervektoren des reziproken Gitters bei der Betrachtung des unstrukturierten Films hinzugefügt, ergeben sich neue Bänder, die die Bänder im strukturierten Fall und damit die Bandlücken beeinflussen können. Die genaue Bedeutung der Überlagerung der Schwingungen kann nicht eindeutig beschrieben werden, da die gegenseitigen Abhängigkeiten und Einflüsse noch nicht verstanden sind. Man könnte zur weiteren Analyse aus den errechneten Komponenten der Eigenvektoren die Profile der Schwingungen ermitteln und die Art der

#### *4. Auswertung der Simulationsergebnisse*

verschiedenen Schwingungen bestimmen. So könnte herausgefunden werden, welcher Gittervektor die Grundschwingung erzeugt und was im Einzelnen bei einer Überlagerung passiert.

## 5. Diskussion

Die Resultate, die durch die theoretische Betrachtung von dünnen, Antidot-strukturierten Filmen gewonnen werden, weisen eine qualitativ gute Übereinstimmung mit den Experimenten, bei denen Oberflächenmoden bei relativ niedrigen Frequenzen betrachtet werden. Zudem kann nachgewiesen werden, dass durch die Strukturierung ein magnonischer Kristall kreiert wurde, doch bleiben präzise Vorhersagen über die Bandstruktur und damit das Verhalten des Films durch den gewählten physikalischen Ansatz beschränkt. Die Ursache dafür liegt in den notwendigen Näherungen, die benötigt werden um das Problem der Beschreibung des Films überhaupt zu ermöglichen. Hierbei schließen sich insbesondere die uniforme-Mode-Näherung, der Bedingung, dass der reduzierte Wellenvektor möglichst klein ist ( $kS \ll 1$ ), und die genaue Modellierung des Antidots durch viele Gittervektoren wie bereits in Abschnitt 4.3 erläutert wird gegenseitig aus. Man muss, wie in der vorliegenden Arbeit, einen Mittelweg zwischen diesen beiden Approximationen wählen und jeden Frequenzast einzeln untersuchen, um über das schwierige physikalische Problem, eines sehr dünnen Films mit Antidots, physikalisch sinnvolle Aussagen treffen zu können. Neuartige Lösungsversuche müssten in der Rechnung in einer anderen Weise vorgehen und das beschriebene Problem umgehen. Wegen der schon in diesem Ansatz gemachten zahlreichen Näherungen ist dieser Ansatz jedoch schwierig, da bestimmte Bedingungen wie die Maxwell-Randbedingungen maßgebend für das Verhalten der Spinwellen sind. Infinitesimal große dreidimensionale magnonische Kristalle sind demgegenüber bereits weit erforscht und leichter lösbar, da sie nicht der *confinement*-Bedingung genügen und weniger Anforderungen haben [7, 9].

Im Abschnitt 4.5 der Auswertung wird die Konvergenz der Bandstrukturen untersucht und festgestellt, dass die in den weiteren numerischen Rechnungen verwendeten Anzahlen von Gittervektoren bei Weitem nicht ausreichen um eine ausreichende Konvergenz zu erreichen. Die Bandstruktur für viele  $\mathbf{G}_i$  stark auf,

## 5. Diskussion

wobei sich die höheren Äste in noch höhere Frequenzbereiche bewegen. Diese Verschiebung findet für die unteren Äste nach unten statt und ist in einer erheblich kleineren Größenordnung, so dass die Bandstruktur bei ausschließlicher Betrachtung der unteren Äste bereits generelle Eigenschaften abbildet und weitere Schlussfolgerungen zulässt. Weiterhin ergibt eine große Anzahl von Gittervektoren eine gute Modellierung des Antidots, wie er in Experimenten verwendet wird. So ist eine bessere Simulation der real im Experiment verwendeten Antidotstrukturierten Filme möglich.

Die Analyse der Bandstrukturen der quadratischen Anordnung der Antidots zeigt, dass durch die Antidot-Strukturierung ein magnonischer Kristall aus einem dünnen CoFeB-Film hergestellt werden kann. Die dazugehörige Bandstruktur weist Bandlücken des Frequenzspektrums auf, in denen die Propagation von Spinwellen unmöglich ist. Diese Bandlücken sind unabhängig von der exakten Größe der Antidotabstände wie in weiteren Rechnungen gezeigt wurde. Fiktive reduzierte Zonen-Schemata zeigen beim quadratischen Gitter drei unterschiedliche Moden, die sich wie phononischen oder photonischen Moden über mehrere Brillouin-Zonen erstrecken. Es stellt sich heraus, dass die Struktur des benutzten reziproken Gitters für die Bandstruktur maßgeblich verantwortlich ist und dass das Hinzufügen und Entfernen von reziproken Gittervektoren neue Bänder entstehen oder verschwinden lassen. Deswegen muss zur Analyse der Bandstruktur auch die Erfüllung der uniforme-Mode-Näherung berücksichtigt werden, die die Gittervektoren und damit die Aussagekraft der Bänder bewertet. Gittervektoren um den Nullpunkt  $\Gamma$  erzeugen aufgrund der bestmöglichen Einhaltung der Approximationsbedingung die wichtigsten Bänder der Bandstruktur. Dementsprechend sind Bandlücken in ihrem Frequenzbereich durch ihren großen Einfluss am besten bestimmt und für weitere Auswertungen geeignet.

Aus den bisherigen Ergebnissen kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass die unteren Äste der Bandstrukturen für die weitere physikalische Interpretation geeignet sind. Es sollte dabei beachtet werden, dass ein Antidot modelliert wird, der durch die Anzahl der Gittervektoren bestimmt ist und keiner Stufenfunktion folgt. Für die rechteckige Struktur wurden die Ergebnisse der Bandstrukturrechnungen mit experimentellen Daten verglichen. Werden flache Bänder als Orte hoher Zustandsdichte interpretiert, kann die Verschiebung des weißen Peaks verstanden werden. Leider können die anderen Peaks in dieser Form nicht motiviert

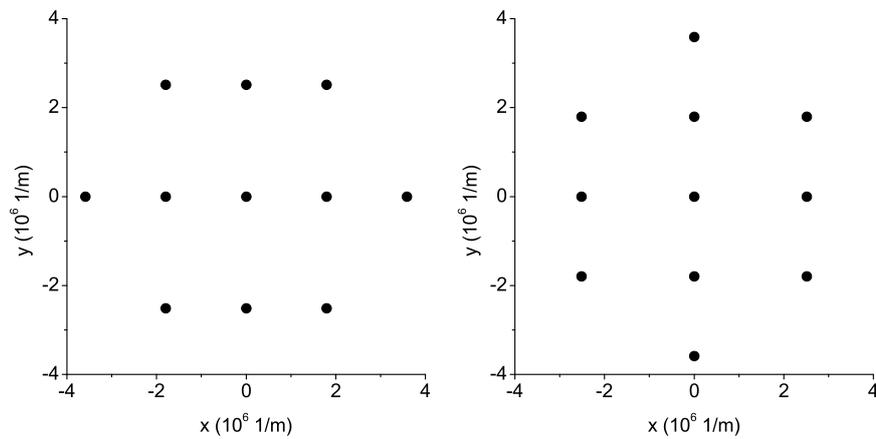
werden, so dass diese Ergebnisse nur ein ersten Schritt im Verständnis der durch die Strukturierung erzeugten Spinwelle darstellen kann.

Die genaue Bedeutung des Hinzufügens von Gittervektoren für die Moden der Bandstruktur wurde anhand des hexagonalen Gitters vertieft untersucht. Wenn gleich der genaue Einfluss der Symmetrien und die Modenerzeugung noch weiterer Forschung bedarf, können Vorhersagen über die Bedeutung der einzelnen Gittervektoren für die Bänder der Bandstruktur beim strukturierten Film gemacht werden. Des Weiteren konnte der generelle Zusammenhang zwischen der Frequenz eines Bands und dem Abstand des dazugehörigen Gittervektors zum Nullpunkt für alle drei Strukturen bestimmt werden. Die Berechnung der Profile der dynamischen Magnetisierung könnte weiteren Aufschluss über das Bilden der Bänder ermöglichen und ihre Wertigkeit von Grundschiwingung bis zu den Oberschwingungen klären.

Insgesamt verlangt dieser Forschungsbereich, dass viele Aspekte noch tiefergehend untersucht und besser verstanden werden, damit in Zukunft das Ziel von künstlich maßgefertigten magnonischen Kristallen, die die gewünschten Eigenschaften von Waveguides, Spinfiltern oder anderen Devices in exakt dem benötigten Frequenzbereich aufweisen, erreicht werden kann. Das grundsätzliche Problem der Bandstrukturberechnung mit dem in dieser Arbeit verwendeten Ansatz wurde näher untersucht und es stellt sich heraus, dass es in dieser Form nicht vermieden werden kann. Zunächst sollten experimentelle Daten möglichst genau theoretisch verstanden werden, bevor weitere Rechnungen Vorhersagen machen und Anstöße für neue Materialien geben können. Dabei ist vielleicht ein Ansatz denkbar, der Ergebnisse der dreidimensionalen Kristalle und der zweidimensionalen Kristalle verbindet, d.h., dass das generelle Verhalten der Bänder einer Bandstruktur und ihre Konvergenz durch dreidimensionale Betrachtungen untersucht werden, da beides nicht vom hier gewählten Ansatz mit der uniforme-Mode-Näherung beeinflusst scheint. Die Bedeutung des dünnen Films könnte dann durch Rechnungen unter Berücksichtigung dieser Approximation in die Auswertung eingebracht werden.

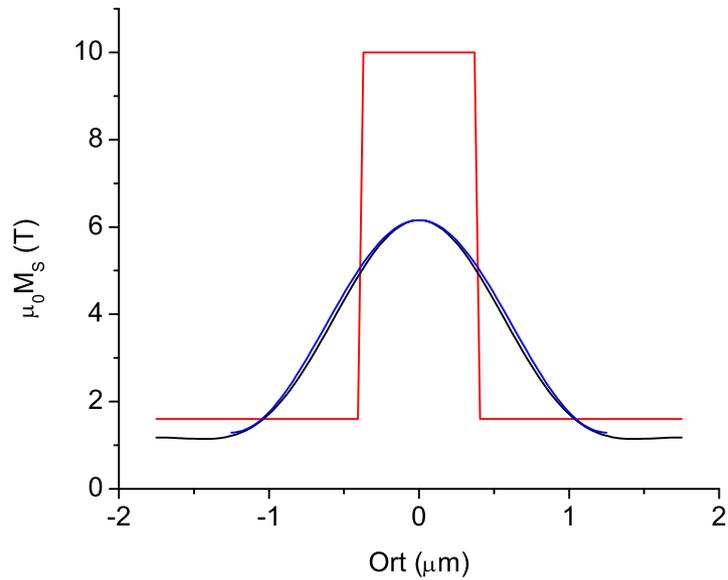


## A. Ergänzende Abbildungen

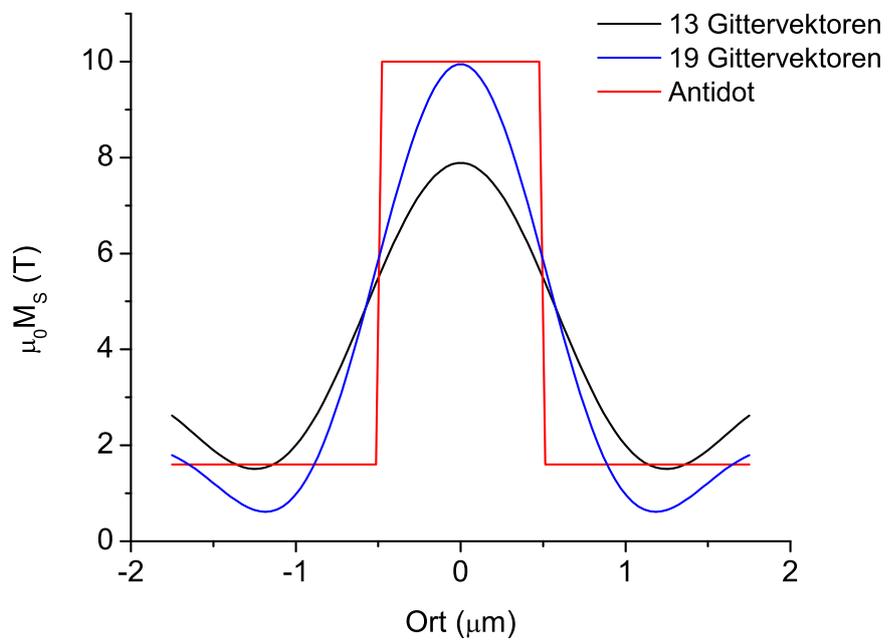


**Abbildung A.1.:** Die 11 berücksichtigten Gittervektoren der reziproken Gitter.  
*Links:*  $a_1 = 3,5 \mu m$ ,  $a_2 = 2,5 \mu m$ . *Rechts:*  $a_1 = 2,5 \mu m$ ,  $a_2 = 3,5 \mu m$

A. Ergänzende Abbildungen



**Abbildung A.2.:** Magnetisierungsverläufe der rechteckigen Struktur für 11 Gittervektoren für die beiden rechteckigen Gitter. Blau:  $a=2,5 \mu\text{m}$ , schwarz:  $a=3,5 \mu\text{m}$   
 $\mu\text{m}$



**Abbildung A.3.:** Magnetisierungsverläufe der hexagonalen Struktur für 13 und 19 Gittervektoren

# Literaturverzeichnis

- [1] PUSZKARSKI, H.: Theory of interface magnons in magnetic multilayer films. In: *Surface Science Reports* 20 (1994), S. 45–110
- [2] JOSEPH, R. I. ; SCHLÖMANN, E.: Demagnetizing field in nonellipsoidal bodies. In: *Journal of Applied Physics* 36 (1965), Nr. 5, S. 1579–&
- [3] ULRICHS, H. ; LENK, B. ; MÜNZENBERG, M.: Magnonic spin-wave modes in CoFeB antidot lattices. In: *Applied Physics Letters* 97 (2010), Aug 30, Nr. 9
- [4] HURBEN, M. J. ; PATTON, C. E.: Theory of magnetostatic waves for in-plane magnetized isotropic films. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 139 (1995), Nr. 3, S. 263 – 291. – ISSN 0304–8853
- [5] DAMON, R.W. ; ESHBACH, J.R.: Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. In: *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 19 (1961), Nr. 3-4, S. 308 – 320. – ISSN 0022–3697
- [6] VASSEUR, J. O. ; DOBRZYNSKI, L. ; DJAFARI-ROUHANI, B. ; PUSZKARSKI, H.: Magnon band structure of periodic composites. In: *Phys. Rev. B* 54 (1996), Jul, Nr. 2, S. 1043–1049
- [7] CAO, Y. ; YUN, G. ; LIANG, X. ; BAI, N.: Band structures of two-dimensional magnonic crystals with different shapes and arrangements of scatterers. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 43 (2010), Nr. 30, S. 305005
- [8] HURBEN, M. J. ; PATTON, C. E.: Theory of magnetostatic waves for in-plane magnetized anisotropic films. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 163 (1996), Nr. 1-2, S. 39–69
- [9] KRAWCZYK, M. ; PUSZKARSKI, H.: Plane-wave theory of three-dimensional magnonic crystals. In: *Phys. Rev. B* 77 (2008), Nr. 5

*Literaturverzeichnis*

- [10] ZHANG, W. ; HU, A. ; MING, N.: The photonic band structure of the two-dimensional hexagonal lattice of ionic dielectric media. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 9 (1997), Nr. 2, S. 541
- [11] ULRICHS, H.: *Magnonische Metamaterialien aus CoFeB*, Georg-August-Universität Göttingen, I. Physikalisches Institut, Diplomarbeit, 2010
- [12] PANKE, J.: *Magnetization dynamics of nanostructured films*, Georg-August-Universität Göttingen, I. Physikalisches Institut, Bachelorarbeit, 2011

**Erklärung** nach §13(8) der Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Physik und den Master-Studiengang Physik an der Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe. Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestanden Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 10. August 2011

(Nils O. Abeling)